

Optimasi Penugasan Operator Mesin Menggunakan Metode Hungarian Pada CV. UMTop

Fadli Azis^{1,a)}, Tatang Fadhilah^{2,b)}, Dini Andiani^{3,c)}

^{1,2,3}Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Bale Bandung, Bandung, Indonesia

^{a)} fadliazis@unibba.ac.id

^{b)} fadhilah.tatang@gmail.com

^{c)} diniandiani367@gmail.com

Abstrak. Masalah penugasan (*assignment problem*) merupakan suatu masalah mengenai pengaturan objek untuk melaksanakan tugas, dengan tujuan meminimalkan biaya, waktu, jarak, dan sebagainya sehingga dapat memaksimalkan keuntungan. Salah satu metode yang digunakan untuk menyelesaikan masalah penugasan adalah metode Hungarian. Dalam makalah ini di implementasikan metode Hungarian untuk menyelesaikan masalah yang ada di konveksi CV UmTop dimana pemilik konveksi masih sulit mendapatkan formasi yang tepat untuk menempatkan pekerja terhadap mesin sehingga total produksi tidak tetap. Tujuan dilakukannya penelitian ini adalah untuk mengetahui formasi penugasan yang tepat juga efektif untuk menempatkan sumber daya manusia terhadap pekerjaan dan mesin sehingga dapat memaksimalkan produksi dan keuntungan. Berdasarkan analisis data yang dilakukan, diperoleh kesimpulan bahwa dengan menggunakan metode hungarian menghasilkan penugasan yang optimal, dengan total memproduksi pakaian sebanyak 33850 pakaian yang dicapai pada iterasi keempat.

PENDAHULUAN

Metode penugasan adalah metode yang digunakan untuk menemukan sebuah solusi untuk menyelesaikan suatu permasalahan didalam penugasan. Metode penugasan ini banyak kegunaannya. Seperti, memecahkan masalah dimana menetapkan seorang pekerja ke pekerjaan yang tepat, ataupun menetapkan pekerja ke mesin yang sesuai ke ahliannya, menentukan penjadewalan yang tepat, dll. Oleh karena itu tidak aneh kalau metode penugasan sering dipakai untuk memecahkan masalah penugasan.

Masalah penugasan dibagi menjadi dua, yaitu masalah penugasan seimbang dan masalah penugasan yang tidak seimbang. Masalah penugasan seimbang adalah masalah penugasan dimana jumlah sumber daya (m) atau pekerjaanya sama dengan jumlah pekerjaan yang tersedia (n). Sedangkan, masalah penugasan tidak seimbang adalah masalah penugasan dimana jumlah sumber daya (m) lebih sedikit dari pada jumlah pekerjaan atau mesin (n), ataupun jumlah sumber daya (m) lebih banyak dari pada jumlah pekerjaan atau mesin (n) [1].

Metode penugasan sendiri terdiri dari beberapa metode yaitu Metode hungarian, pinalti, simpleks, algoritma generate and test, stepping stone, modi. Akan tetapi yang peneliti gunakan untuk penelitian ini adalah Metode Hungarian. Erlinda Rahmawati dkk [2] diperoleh hasil bahwa metode Hungarian lebih optimal dibandingkan penugasan yang dilakukan perusahaan dalam penempatan karyawan

Metode Hungarian adalah algoritma untuk menemukan solusi dari masalah-masalah di dalam penugasan. Metode Hungarian diyakini dapat memecahkan masalah-masalah yang berhubungan dengan alokasi optimal dari berbagai sumber daya [3]. Metode Hungarian sendiri dikembangkan oleh ilmuan asal Hungaria pada tahun 1916 yang bernama D.Konig. Penerapannya bahwa setiap sumber daya harus ditugaskan hanya untuk satu pekerjaan,

untuk suatu masalah penugasan $n \times n$. Kemudian dikembangkan kembali dan dipublikasikan oleh Kuhn pada tahun 1955, setelah itu diperbaiki oleh James Munkres pada tahun 1957. Sejak saat itu algoritma ini juga dikenal dengan nama algoritma Kuhn-Munkres [3].

Metode hungarian banyak digunakan untuk menyelesaikan berbagai masalah penugasan di dunia industri. Masalah yang sering dihadapi dalam dunia usaha dan industri adalah masalah-masalah yang berhubungan dengan alokasi optimal dari bermacam-macam sumber daya yang produktif atau personalia yang mempunyai tingkat efisiensi yang berbeda-beda untuk pekerjaan yang berbeda pula. Masalah penugasan adalah suatu masalah mengenai pengaturan pada individu untuk melaksanakan tugas, sehingga dengan demikian biaya atau waktu yang digunakan untuk pelaksanaan tugas tersebut dapat diminimalkan [4].

Berdasarkan uraian di atas yang sering dijumpai dalam dunia perindustrian salah satu diantaranya adalah masalah penugasan dari bermacam-macam sumber daya yang mempunyai tingkat kemampuan yang berbeda-beda untuk mengoperasikan mesin atau pekerjaan yang berbeda pula. Masalah penugasan sendiri adalah masalah mengenai pengaturan pada individu ataupun kelompok terhadap salahsatu pekerjaan atau suatu mesin sehingga produksi menjadi kurang optimal. Disini penulis menggunakan metode Hungarian untuk menyelesaikan masalah penugasan dibantu dengan bantuan software *QM for Windows*.

Metode penugasan Hungarian pada penelitian ini akan diimplementasikan pada kasus penugasan yang terjadi di CV UMTop, untuk mendapatkan hasil yang optimal di CV UMTop yang beroperasi di daerah Ibum, Kabupaten Bandung, Jawa Barat.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan di Konveksi CV UMTop yang terletak di daerah Ibum, Jawa Barat. Sedangkan untuk waktu penelitiannya dimulai dari bulan januari 2020 sampai selesai. Populasi yang diambil untuk melaksanakan penelitian ini adalah seluruh konveksi yang berada di daerah Ibum, Jawa Barat. Dan untuk sampelnya penulis memilih konveksi CV UMTop.

Variabel yang digunakan di dalam penelitian ini yaitu:

1. X_1 = Mesin Ampar
2. X_2 = Mesin Potong
3. X_3 = Mesin Obras
4. X_4 = Mesin Corong
5. X_5 = Mesin Gunting
6. X_6 = Mesin Cetak
7. X_7 = Mesin Klim X_8 = Mesin Tilap
8. Y_1 = Tim A
9. Y_2 = Tim B
10. Y_3 = Tim C
11. Y_4 = Tim D
12. Y_5 = Tim E
13. Y_6 = Tim F
14. Y_7 = Tim G
15. Y_8 = Tim H

Metode Hungarian

Metode Hungarian adalah salah satu metode yang sering digunakan untuk menyelesaikan permasalahan didalam penugasan, dengan memodifikasi baris beserta kolom dari suatu data yang sudah dirubah kedalam bentuk matriks agar mendapatkan hasil yang optimal.

Tabel 1. Matriks Penugasan

	Tujuan				Kapasitas
	1	2	3	4	
1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	...	c_{1n} x_{1n}	1
2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	...	c_{2n} x_{2n}	1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$
m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	...	c_{mn} x_{mn}	1
Kapasitas	1	1	...	1	

Dengan:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jika sumber } i \text{ ditetapkan pada tujuan } j \\ 0, & \text{jika sumber } i \text{ tidak ditetapkan pada tujuan } j \end{cases}$$

Dalam hal ini berlaku:

1. $x_{i1} + x_{i2} + \dots + x_{in} = 1$ untuk $i = 1, 2, \dots, m$. Ini artinya pada tiap sumber i hanya ada satu x_{ij} yang bernilai 1 sedangkan yang lainnya bernilai 0.
2. $x_{1j} + x_{2j} + \dots + x_{mj} = 1$ untuk $j = 1, 2, \dots, n$. Ini artinya pada tiap tujuan j hanya ada satu x_{ij} yang bernilai 1 sedangkan yang lainnya bernilai 0.
3. Nilai total dari sumber ke tujuan sangat bergantung pada nilai c_{ij} dan x_{ij} , namun karena x_{ij} hanya bernilai 1 atau 0 maka nilai total tersebut sangat dipengaruhi oleh c_{ij} .

Secara matematika, model untuk masalah penugasan dapat ditulis dalam bentuk program linear sebagai berikut:

$$Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

Dengan batasan:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1; j = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1; i = 1, 2, \dots, n$$

Keterangan:

Z : Fungsi tujuan yang dicari nilai optimalnya (maksimal atau minimal).

n : Jumlah tugas yang akan diselesaikan.

x_{ij} : Penugasan dari sumber (pekerja) i ke tujuan (tugas) j .

c_{ij} : Parameter alokasi dari sumber i ke tujuan j .

Langkah-langkah penyelesaian masalah penugasan menggunakan metode Hungarian sebagai berikut:

1. Identifikasi masalah dan ubah kedalam sebuah matriks penugasan.
2. Ubah matriks penugasan menjadi matriks opportunity cost dengan cara mencari elemen terkecil untuk meminimalisasi dan elemen terbesar untuk maksimalisasi, lalu jadikan pengurang untuk semua elemen pada baris tersebut.
3. Periksa apakah setiap kolom sudah ada elemen nol didalamnya. Jika belum, pilihlah elemen terkecil didalam kolom tersebut lalu kurangkanlah setiap elemen didalam kolom tersebut dengan nilai terkecil yang dipilih.
4. Tariklah garis pada baris atau kolom untuk menutupi elemen yang bernilai nol. Jika jumlah garis=jumlah baris/kolom maka matriks sudah optimal. Tetapi jika belum, kita lanjutkan ke langkah selanjutnya.
5. Pilih elemen terkecil dari yang belum terkena garis, lalu kurangkan setiap elemen yang belum terkena garis dengan elemen yang dipilih dan tambahkan untuk elemen yang terkena persilangan dari garis horizontal dan vertical dengan elemen terkecil yang dipilih.
6. Periksa kembali matriks, jika jumlah garis=jumlah baris/kolom berarti matriks dinyatakan optimal.

Adapun syarat-syarat dari Metode Hungarian sebagai berikut:

1. Jumlah karyawan harus sama dengan jumlah pekerjaan.
 2. Satu karyawan hanya dapat mengerjakan satu pekerjaan.
- Bila jumlah karyawan tidak sama dengan jumlah pekerjaan dan sebaliknya, maka kita tambahkan variabel *dummy worker* atau *dummy job*.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Nilai yang diamati yaitu nilai hasil dari produksi setiap tim, dimulai dari jumlah yang dihasilkan setiap produksi mesin, diantaranya mesin Ampar, mesin Potong, mesin Obras, mesin Corong, mesin Gunting, mesin Cetak, Mesin Klim, dan mesin Tilap. Nilai hasil produksi yang didapat oleh setiap tim disajikan dalam bentuk matriks penugasan sebagai berikut:

Tabel 2. Data hasil produksi barang dari setiap tim

Mesin	TIM							
	A	B	C	D	E	F	G	H
Ampar	4000	4500	3900	4000	3700	4300	4100	3600
Potong	3800	3600	4000	4300	4050	3800	3700	4000
Obras	3500	4000	3400	3700	3750	3450	3800	4100
Corong	4100	3500	3700	3500	4500	3700	4000	3800
Gunting	3000	3300	4100	3200	3800	3900	4200	3900
Cetak	3200	3450	3200	3500	4000	4100	3150	3550
Klim	3850	3900	3550	3650	4100	3800	3300	4400
Tilap	3250	4100	4300	3800	4050	4000	3600	3500

Dari **Tabel 2**, berikutnya dibuatkan matriks penugasan yang diperkecil untuk memudahkan perhitungan sebagai berikut:

Tabel 3. Data hasil produksi barang setelah diperkecil

Mesin	TIM							
	A	B	C	D	E	F	G	H
Ampar	40	45	39	40	37	43	41	36
Potong	38	36	40	43	40,5	38	37	40
Obras	35	40	34	37	37,5	34,5	38	41
Corong	41	35	37	35	45	37	40	38
Gunting	30	33	41	32	38	39	42	39
Cetak	32	34,5	32	35	40	41	31,5	35,5
Klim	38,5	39	35,5	36,5	41	38	33	44
Tilap	32,5	41	43	38	40,5	40	36	35

Setelah kita mendapatkan matriks penugasan dengan cara mengidentifikasi variabel dan hasil produksi dari setiap tim. Langkah selanjutnya menentukan nilai terbesar dari setiap baris dari matriks penugasan, kemudian mengurangi nilai terbesar dengan setiap nilai dalam baris tersebut. Sehingga didapatkan hasil seperti berikut ini:

Tabel 4. Matriks penugasan

Mesin	TIM							
	A	B	C	D	E	F	G	H
Ampar	40	45	39	40	37	43	41	36
Potong	38	36	40	43	40,5	38	37	40
Obras	35	40	34	37	37,5	34,5	38	41
Corong	41	35	37	35	45	37	40	38
Gunting	30	33	41	32	38	39	42	39
Cetak	32	34,5	32	35	40	41	31,5	35,5
Klim	38,5	39	35,5	36,5	41	38	33	44
Tilap	32,5	41	43	38	40,5	40	36	35

Setelah diketahui nilai terbesar dari setiap baris, langkah selanjutnya ialah mengurangi nilai terbesar tersebut dengan semua nilai yang berada pada baris itu sendiri. Dan hasilnya sebagai berikut:

Tabel 5. Matriks penugasan setelah proses mengurangi nilai terbesar dengan semua nilai yang berada pada baris itu sendiri

Mesin	TIM							
	A	B	C	D	E	F	G	H
Ampar	5	0	6	5	8	2	4	9

Potong	5	7	3	0	2,5	5	6	3
Obras	6	1	7	4	3,5	6,5	3	0
Corong	4	10	8	10	0	8	5	7
Gunting	12	9	1	10	4	3	0	3
Cetak	9	6,5	9	6	1	0	9,5	5,5
Klim	5,5	5	8,5	7,5	3	6	11	0
Tilap	10,5	2	0	5	2,5	3	7	8

Setelah tahap mengurangi nilai terbesar dengan semua nilai yang berada pada baris itu sendiri. Kita harus mengidentifikasi setiap kolom pada matriks penugasan, apakah setiap kolom sudah terdapat nilai nol (0). Jika belum, maka kita harus mencarinya dengan cara kurangkan setiap kolom yang belum memiliki elemen nol dengan nilai terkecil. Dan didapatkanlah hasil seperti berikut ini:

Tabel 6. Mengidentifikasi setiap kolom pada matriks penugasan

Mesin	TIM							
	A	B	C	D	E	F	G	H
Ampar	5	0	6	5	8	2	4	9
Potong	5	7	3	0	2,5	5	6	3
Obras	6	1	7	4	3,5	6,5	3	0
Corong	4	10	8	10	0	8	5	7
Gunting	12	9	1	10	4	3	0	3
Cetak	9	6,5	9	6	1	0	9,5	5,5
Klim	5,5	5	8,5	7,5	3	6	11	0
Tilap	10,5	2	0	5	2,5	3	7	8

Dari data diatas diketahui bahwa terdapat satu kolom yang belum terdapat elemen nol(0) didalam nya, kolom tersebut ialah kolom tim A. Oleh karena itu kita harus mengurangi setiap nilai yang berada pada kolom tim A dengan nilai terkecil pada kolom tersebut yaitu 4. Sehingga kita mendapatkan hasil seperti pada tabel berikut.

Tabel 7. Matriks penugasan setelah mengidentifikasi setiap kolom

Mesin	TIM							
	A	B	C	D	E	F	G	H
Ampar	1	0	6	5	8	2	4	9
Potong	1	7	3	0	2,5	5	6	3
Obras	2	1	7	4	3,5	6,5	3	0
Corong	0	10	8	10	0	8	5	7
Gunting	8	9	1	10	4	3	0	3
Cetak	5	6,5	9	6	1	0	9,5	5,5

Klim	1,5	5	8,5	7,5	3	6	11	0
Tilap	8,5	2	0	5	2,5	3	7	8

Setelah mengidentifikasi setiap kolom dan terdapat elemen nol pada setiap kolomnya, kita harus menarik garis pada baris ataupun pada kolom yang mempunyai nilai nol dengan cara memilih baris ataupun kolom yang memiliki nilai nol terbanyak terlebih dahulu untuk mendapatkan garis seminimal mungkin. Dan jika jumlah garis sudah sama dengan jumlah baris atau kolom maka tabel telah optimal.

Tabel 8. Uji Optimasi Pertama Metode Hungarian

Mesin	TIM							
	A	B	C	D	E	F	G	H
Ampar	1	0	6	5	8	2	4	9
Potong	1	7	3	0	2,5	5	6	3
Obras	2	1	7	4	3,5	6,5	3	0
Corong	0	10	8	10	0	8	5	7
Gunting	8	9	1	10	4	3	0	3
Cetak	5	6,5	9	6	1	0	9,5	5,5
Klim	1,5	5	8,5	7,5	3	6	11	0
Tilap	8,5	2	0	5	2,5	3	7	8

Dikarenakan jumlah garis tidak sama dengan jumlah baris atau kolom, maka lanjutkan ke langkah berikutnya. Dengan cara mengurangi semua nilai yang tidak tertutup oleh garis dengan nilai terkecil, dan nilai yang terletak pada perpotongan garis ditambahkan dengan nilai terkecil. Seperti yang tertera pada tabel berikut:

Tabel 9. Uji Optimasi kedua Metode Hungarian

Mesin	TIM							
	A	B	C	D	E	F	G	H
Ampar	0	0	6	5	7	1	4	9
Potong	0	7	3	0	1,5	4	6	3
Obras	1	1	7	4	2,5	5,5	3	0
Corong	0	11	9	11	0	8	6	8
Gunting	7	9	1	10	3	2	0	3
Cetak	5	7,5	10	7	1	0	10,5	6,5
Klim	0,5	5	8,5	7,5	2	5	11	0
Tilap	5,5	2	0	5	1,5	2	7	8

Seperti yang tertera di **Tabel 9**, sekarang jumlah garis sama dengan jumlah baris atau kolom. Tapi tabel diatas belum optimal karena tim H memegang 2 mesin sekaigus, sedangkan syarat optimal nya suatu matriks yaitu satu karyawan/tim ke satu pekerjaan atau mesin. Oleh karena itu kita proses lagi seperti langkah sebelumnya yaitu mengurangi semua nilai yang tidak tertutup oleh garis dengan nilai terkecil, dan nilai yang terletak pada perpotongan garis ditambahkan dengan nilai terkecil. Dan hasil nya seperti berikut ini:

Tabel 10. Uji Optimasi ketiga Metode Hungarian

Mesin	TIM							
	A	B	C	D	E	F	G	H
Ampar	0	0	6	5	6	0	4	9
Potong	0	7	3	0	0,5	3	6	3
Obras	1	1	7	4	1,5	4,5	3	0
Corong	1	12	10	12	0	8	7	9
Gunting	7	9	1	10	2	1	0	3
Cetak	6	8,5	11	8	1	0	11,5	7,5
Klim	0,5	5	8,5	7,5	1	4	11	0
Tilap	5,5	2	0	5	0,5	1	7	8

Dari tabel diatas kita dapat melihat bahwa matriksnya masih belum optimal, maka dari itu dilanjutkan dengan cara seperti langkah sebelumnya. Dan didapatkanlah tabel sebagai berikut:

Tabel 11. Uji Optimasi keempat Metode Hungarian

Mesin	TIM							
	A	B	C	D	E	F	G	H
Ampar	0	0	6	5	6	0	4,5	9,5
Potong	0	7	3	0	0,5	3	6,5	3,5
Obras	0,5	0,5	6,5	3,5	1	4	3	0
Corong	1	12	10	12	0	8	7,5	9,5
Gunting	6,5	8,5	0,5	9,5	1,5	0,5	0	3
Cetak	6	8,5	11	8	1	0	12	8
Klim	0	4,5	8	7	0,5	3,5	11	0
Tilap	5,5	2	0	5	0,5	1	7,5	8,5

Setelah melakukan beberapa proses, peneliti menyimpulkan bahwa **Tabel 11** merupakan matriks solusi optimal karena jumlah garis sama dengan jumlah baris atau kolom, dan juga setiap tim ditempatkan tepat satu pekerjaan atau mesin.

Untuk memudahkan perhitungan didalam penelitian, disini peneliti merubah atau memisalkan nama-nama mesin kedalam bentuk angka seperti pada tabel berikut:

Tabel 12. Solusi Optimal Menggunakan Metode Hungarian

Mesin	TIM							
	A	B	C	D	E	F	G	H

1	0	0	6	5	6	0	4,5	9,5
2	0	7	3	0	0,5	3	6,5	3,5
3	0,5	0,5	6,5	3,5	1	4	3	0
4	1	12	10	12	0	8	7,5	9,5
5	6,5	8,5	0,5	9,5	1,5	0,5	0	3
6	6	8,5	11	8	1	0	12	8
7	0	4,5	8	7	0,5	3,5	11	0
8	5,5	2	0	5	0,5	1	7,5	8,5

Maka didapatkanlah nilai maksimum sebagai berikut:

$$Maks Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n = cijx_{ij} = x_{7A} + x_{1B} + x_{8C} + x_{2D} + x_{4E} + x_{5G} + x_{6F} + x_{3H} \quad (2)$$

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n = 38,5 + 45 + 43 + 43 + 45 + 41 + 42 + 41$$

$$Z = 338,5$$

KESIMPULAN

Berdasarkan penelitian dan pembahasan diatas dapat disimpulkan bahwa dengan menggunakan metode Hungarian diperoleh solusi optimal dari permasalahan penugasan pada konveksi CV UMTop yaitu dengan total memproduksi pakaian sebanyak 33850 pakaian. Solusi diperoleh pada iterasi ke-4. Adapun formasi penugasan yang didapatkan dengan menggunakan Metode Hungarian, disarankan manajemen produksi agar menugaskan karyawannya dengan formasi berikut:

- Tim A dioperasikan pada mesin Klim
- Tim B dioperasikan pada mesin Ampar
- Tim C dioperasikan pada mesin Tilap
- Tim D dioperasikan pada mesin Potong
- Tim E dioperasikan pada mesin Corong
- Tim F dioperasikan pada mesin Cetak
- Tim G dioperasikan pada mesin Gunting
- Tim H dioperasikan pada mesin Obras

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada CV UMTop yang telah memberikan data produksi sehingga penulis dapat menyusun artikel ini dengan baik.

REFERENSI

1. N. Uswatun dan Marjono. "Penerapan Metode Penugasan Pinalti Pada Masalah Penugasan Yang Tidak Seimbang (Studi Kasus Satreskrim Polres Magetan)", Jurnal dari Jurusan Matematika Universitas Brawijaya, Malang, 2012.
2. E. Rahmawati., N. Satyahadewi., F. Frans). "Optimalisasi Masalah Penugasan Menggunakan Metode Hungarian", *Buletin Ilmiah Mat. Stat. dan Terapannya (Bimaster)*, Volume 04, No. 3, hal 363 – 370, Pontianak, 2015.
3. M. Yulistiana., D. Chaerani., E. Lesmana. "Penerapan Metode Hungarian dalam Penentuan Penjadwalan Matakuliah Optimal (Studi Kasus: Departemen Matematika Universitas Padjadjaran Semester Ganjil 2013-2014)", *Jurnal Matematika Integratif Program Studi Matematika FMIPA Universitas Padjadjaran*, ISSN: 1412-6184, Bandung, 2015.
4. Ristono. *Ekonomi Teknik*. Edisi Pertama. Graha Ilmu: Yogyakarta, 2011.