Jurnal Riset Matematika dan Sains Terapan
Volume 5, Nomor 2, Desember 2025, 43-49
ISSN: 2809-4581

Analisis Efektivitas Metode *Condensation* dalam Menentukan Determinan dan Nilai Eigen Matriks Khusus

Novianti Sartika Dewi[1,a)], Dini Andiani[2,b)], Siti Dwi Rahayu Septiani[3,c)]

[123] Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Bale Bandung

[a)] noviantisartika12@gmai.com
[b)]diniandiani367@gmail.com
[c)]Haruna.ayu@gmail.com

Abstrak. Menemukan determinan dan nilai eigen matriks terstruktur sangat penting untuk analisis numerik, terutama untuk matriks dengan pola tertentu seperti $FLScirc_r$ (*Factor L Structured Circulant*) dan Vandermonde. Tujuan penelitian ini adalah untuk mengevaluasi efisiensi tiga teknik *condensation* yakni metode *Dodgson's*, CHIO, dan Salihu dalam menentukan determinan matriks terstruktur dan mengestimasi nilai eigennya dengan mengintegrasikan metode Newton-Raphson yang dimodifikasi. Akurasi temuan, kuantitas operasi komputasi, dan stabilitas numerik digunakan untuk mengevaluasi ketiga teknik condensation. Temuan ini menunjukkan bahwa meskipun pendekatan *Dodgson's* lebih efektif untuk matriks berukuran sedang, metode CHIO menawarkan kinerja konsisten terbaik pada matriks berukuran besar. Di sisi lain, pendekatan Salihu sensitif terhadap kesalahan pembulatan tetapi menghasilkan hasil yang baik pada matriks dengan elemen berulang. Pada kedua jenis matriks yang diteliti, integrasi Newton-Raphson secara efektif menghasilkan estimasi nilai eigen yang konvergen dengan cepat. Secara keseluruhan, kombinasi metode *condensation* dan Newton-Raphson dapat menjadi pendekatan numerik yang efektif untuk analisis matriks berstruktur.

PENDAHULUAN

Kajian terhadap matriks khusus terus berkembang seiring meningkatnya kebutuhan komputasi dalam berbagai disiplin ilmu. Matriks yang memiliki pola terstruktur sering muncul pada pemodelan matematis, perhitungan numerik, analisis sistem dinamis, hingga aplikasi berbasis algoritma. Sifat-sifat khas pada matriks tersebut menawarkan kemudahan dalam proses manipulasi, namun sekaligus menghadirkan tantangan dalam menentukan nilai determinan dan nilai eigen secara efisien serta stabil. Kemampuan memperoleh kedua nilai tersebut menjadi aspek penting karena berkaitan langsung dengan solvabilitas sistem, kestabilan model, dan interpretasi perilaku matematis dari suatu permasalahan.

Strategi alternatif yang bertujuan untuk menyederhanakan komputasi determinan adalah metode *condensation*. Penentuan determinan yang lebih cepat dimungkinkan dengan memperkecil ukuran matriks secara progresif hingga hanya tersisa bentuk dasar. Tergantung pada jenis matriks yang diperiksa, sejumlah variasi metode *condensation*, termasuk metode *Dodgson's*, metode CHIO, dan metode Salihu, menampilkan berbagai properti komputasi. Perbandingan antara pendekatan-pendekatan ini relevan, terutama ketika diterapkan pada matriks yang tidak umum, karena variasi pola pivot, sensitivitas terhadap elemen nol, dan kapasitas untuk mempertahankan stabilitas numerik.

Meskipun struktur elemen matriks memiliki sensitivitas intrinsik, penentuan nilai eigen suatu matriks tertentu memerlukan metode yang dapat menghasilkan temuan yang presisi. Karena konvergensinya yang cepat, metode iteratif seperti Newton-Raphson sering digunakan. Proses evaluasi karakteristik matriks yang lebih menyeluruh dapat dibuat dengan menggabungkan metode ini dengan keluaran proses *condensation*.

Pembahasan mengenai efektivitas metode condensation dalam konteks matriks khusus yaitu $FLScirc_r$ (*Factor L Structured Circulant*) dan Vandermonde masih relatif terbatas. Setiap metode memiliki potensi keunggulan maupun keterbatasan ketika dihadapkan pada pola matriks tertentu. Analisis terhadap akurasi perhitungan, stabilitas numerik, dan jumlah operasi komputasi menjadi aspek penting untuk menilai performa metode tersebut. Penelitian ini disusun sebagai upaya memberikan gambaran menyeluruh mengenai kinerja metode condensation dalam menentukan determinan serta mengaitkannya dengan proses estimasi nilai eigen melalui pendekatan

Diterima 24 November 2025; Disetujui untuk publikasi 19 Desember 2025,
Diterbitkan oleh Program Studi Matematika UNIBBA.

Newton–Raphson. Hasil kajian diharapkan dapat memberikan kontribusi terhadap pengembangan teknik komputasi yang lebih efisien dan adaptif pada berbagai jenis matriks khusus.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif berbasis komputasi numerik yang diarahkan pada evaluasi efektivitas tiga metode *condensation*, yaitu *Dodgson's*, CHIO, dan Salihu, dalam menentukan determinan serta mendukung proses estimasi nilai eigen matriks khusus. Objek penelitian terdiri atas matriks $FLScirc_r$ (*Factor L Structured Circulant*) dan Vandermonde berordo 4×4 dan 5×5 yang dibentuk melalui definisi matematis sehingga pola elemennya konsisten. Setiap metode *condensation* diimplementasikan secara terpisah melalui algoritma yang dirancang berdasarkan aturan reduksi masing-masing teknik, kemudian diuji menggunakan Python dan MATLAB untuk memperoleh nilai determinan, jumlah operasi komputasi, dan waktu proses. Estimasi nilai eigen diperoleh melalui modifikasi Newton-Raphson yang memanfaatkan polinomial karakteristik dari matriks uji. Hasil komputasi dianalisis melalui perbandingan akurasi, kestabilan numerik, galat relatif, serta kecepatan konvergensi sehingga keunggulan dan keterbatasan setiap metode dapat terlihat secara objektif dalam konteks matriks khusus yang digunakan.

METODE *DODGSON'S CONDENSATION*

Metode *Dodgson's Condensation* adalah suatu metode yang digunakan untuk menghitung determinan dari suatu matriks yang ditemukan oleh Lewis Carroll(Protacio, 2023). Metode *Dodgson's Condensation* atau metode kontraktan merupakan metode menghitung determinan matriks persegi. Namun dalam kasus matriks $n \times n$ dapat membuat matriks $(n-1) \times (n-1)$ matriks, maka sebuah $(n-2) \times (n-2)$, dan seterusnya, diakhiri dengan matriks 1×1, yang mempunyai satu entri, yaitu determinan matriks asal.

Misalkan a adalah suatu matriks $n \times n$ yang akan diberikan. Maka susunlah a sehingga tidak ada angka nol didalam matriksnya. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa definisi eksplisit interior adalah $\forall\, A_{i,j} |\, i,j \neq 1$, dimana n dapat menggunakan operasi apapun yang biasanya dapat dilakukan tanpa mengubah nlai determinannya. Pada matriks $(n-1) \times (n-1)$, yang terdiri dari determinan untuk setiap 2×2 maka submatriks dari a secara ekplisit adalah:

$$b_{i,j} = \begin{vmatrix} b_{i,j} & b_{i,j+1} \\ b_{i+1,j} & b_{i+1,j+1} \end{vmatrix} \quad (1)$$

Dengan menggunakan matriks $(n-1) \times (n-1)$ maka akan diperoleh matriks $(n-1) \times (n-1)$ maka a:

$$c_{i,j} = \begin{vmatrix} b_{i,j} & b_{i,j+1} \\ b_{i+1,j} & b_{i+1,j+1} \end{vmatrix} / a_{i+1,j+1} \quad (2)$$

METODE CHIO *CONDENSATION*

Metode CHIO *Condensation* ialah metode yang menentukan nilai determinan yang memiliki ordo $n \times n$ yaitu dengan cara mengcondensationkan atau kata lainnya menyusutkan ordo determinan matriks $n \times n$ menjadi determinan matriks $(n-1) \times (n-1)$ (Novia Rahma et al., 2019). Maka didapat matriks:

METODE SALIHU *CONDENSATION*

Metode salihu ditemukan oleh Armend Salihu. Metode salihu dihasilkan berdasarkan pada metode *Dodgson's* dan metode CHIO. Sebelum pembahasan lebih lanjut, akan diperkenal beberapa istilah yang berkaitan dengan metode Salihu (Rahma et al., 2019). Determinan interior merupakan suatu determinan yang berorde $(n-2) \times (n-2)$ dari suatu matriks berorde $n \times n (n \geq 3)$ yang diperoleh dengan cara menghapus baris pertama, menghapus kolom pertama, menghapus baris terakhir dan menghapus kolom terakhir. Misalkan A adalah matriks yang berukuran 4×4:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

Sehingga determinan interiornya, dinotasikan dengan $|B|$

$$|B| = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad (4)$$

Determinan unik merupakan determinan yang berorde $(n-1)\times(n-1)$ dari suatu matriks berorde $n \times n$ $(n \geq 3)$. Dalam metode salihu, terdapat empat buah determinan unik, yaitu $|C|, |D|, |E|$ dan $|F|$ diperoleh dengan cara menghapus baris terakhir dengan kolom terakhir, menghapus baris pertama dengan kolom terakhir, menghapus baris pertama dengan kolom terakhir dan menghapus baris pertama dengan kolom pertama. Misalkan A adalah matriks yang berukuran 4×4:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

Maka determinan unik:

$$|C| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad (5)$$

$$|D| = \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{vmatrix} \quad (6)$$

$$|E| = \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{vmatrix} \quad (7)$$

$$|F| = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} \quad (8)$$

Setiap determinan yang berorde $n \times n, n \geq 2$ dapat dereduksi menjadi determinan 2×2, dengan menghitung 4 buah determinan yang berordo $(n-1)\times(n-1)$ dan sebuah determinan yang berorde $(n-2)\times(n-2)$, dengan syarat $(n-2)\times(n-2) \neq 0$. Bentuk umum dari metode Salihu *Condensation* untuk menghitung determinan matriks berorde $n \times n, n \geq 3$ adalah sebagai berikut:

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \frac{1}{|B|}.\begin{vmatrix} |C| & |D| \\ |E| & |F| \end{vmatrix}, |B| \neq 0 \quad (9)$$

Dimana $|B|$ adalah determinan interior yang berorde $(n-2)\times(n-2)$ sementara $|C|, |D|, |E|$dan $|F|$ adalah determinan unik yang berorde $(n-1)\times(n-1)$.

MATRIKS $FLScirc_r$ (Factor L Structured Circulant)

Menurut Howard anton sebuah matriks adalah susunan segi empat siku-siku dari bilangan-bilangan. Bilangan-bilangan dalam susunan tersebut dinamakan entri dalam matriks. Ukuran (ordo) suatu matriks dijelaskan dengan menyatakan banyaknya baris (garis horisontal) dan banyaknya kolom (garis vertikal) yang terdapat dalam matriks tersebut. Menurut Zhao Lin Jiang dan Zong Ben Λu tahun 2005 (Jiang & Xu, 2005) suatu matriks bujur sangkar dikatakan matriks $FLScirc_r$ (*Factor L Structured Circulant*) jika memenuhi formula pada persamaan:

$$A = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_{n-2} & a_{n-1} \\ ra_{n-1} & a_0 + a_{n-1} & a_1 & \dots & a_{n-3} & a_{n-2} \\ ra_{n-2} & ra_{n-1} + a_{n-2} & a_0 + a_{n-2} & \cdots & a_{n-4} & a_{n-3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ ra_2 & ra_3 + a_2 & ra_4 + a_3 & \cdots & a_0 + a_{n-1} & a_1 \\ ra_1 & ra_2 + a_1 & ra_3 + a_2 & \cdots & ra_{n-1} + a_{n-2} & a_0 + a_{n-1} \end{bmatrix} \tag{10}$$

Dapat ditulis dengan $A = FLScirc_r(a_0, a_1, a_2, \dots\ a_{n-1})$, dengan determinan matriksnya:

$$A = \begin{vmatrix} a & a & a & a & \cdots & a & a \\ ra & a & a & a & \cdots & a & a \\ ra & ra + a & a & a & \cdots & a & a \\ ra & ra + a & ra + a & a & \cdots & a & a \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ ra & ra + a & ra + a & ra + a & \cdots & a & a \\ ra & ra + a & ra + a & ra + a & \cdots & ra + a & a \end{vmatrix} \tag{11}$$

dengan $a \neq 0, a, r \in \mathbb{R}$

di mana:

$a =$ **elemen dasar** (konstanta atau variabel) yang digunakan untuk mengisi sebagian besar entri dalam matriks.

$r =$ sebuah **faktor skalar** (konstanta real atau kompleks) yang menggandakan nilai a .

$ra =$ hasil perkalian antara a dan r yaitu $ra = r.a$

MATRIKS VANDERMONDE

Matriks Vandermonde merupakan salah satu jenis matriks yang memiliki peranan penting dalam bidang matematika terapan. Jika matriks Vandermonde adalah jenis matriks yang muncul pada interpolasi lagrange dan rekonstruksi distribusi statistik dari momen distribusi. Matriks Vandermonde pertama kali diperkenalkan oleh matematikawan Paris yang bernama Alelandre Theophile pada tahun 1700. Ia merupakan salah satu orang yang pertama menulis tentang sifat dasar dari determinan (Seru & Wetipo, 2023). Dalam aljabar linier, matriks Vandermonde adalah matriks dengan suku-suku barisan geometri pada setiap barisnya $(m + 1) \times (n + 1)$ bentuk matriks-nya adalah:

$$V = V(a_0, a_1, \dots, a_m) = \begin{bmatrix} 1 & a_0 & a_0^2 & \dots & a_0^n \\ 1 & a_1 & a_1^2 & \dots & a_1^n \\ 1 & a_2 & a_2^2 & \dots & a_2^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & a_m & a_m^2 & \dots & a_m^n \end{bmatrix} \tag{12}$$

Dengan entri $V_{i,j} = a_i^j$, pangkat ke $-j$ dari bilangan a_i, untuk indeks yang memiliki baris nol i dan j. Namun kebanyakan penulis mendefinisikan matriks Vandermonde sebagai transpos matriks V.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pengujian tiga metode *condensation* menghasilkan gambaran komputasi yang berbeda ketika diterapkan pada matriks $FLScirc_r$ (*Factor L Structured Circulant*) dan Vandermonde. Analisis awal menunjukkan bahwa struktur elemen pada kedua jenis matriks memberikan pengaruh langsung terhadap stabilitas dan ketelitian proses reduksi. Matriks $FLScirc_r$ (*Factor L Structured Circulant*) memiliki pola elemen yang tersusun melingkar dengan tingkat keteraturan yang tinggi, sehingga tahapan reduksi berlangsung lebih terkendali. Matriks Vandermonde menampilkan kecenderungan berbeda karena elemen-elemennya mengikuti pola berpangkat yang sensitif terhadap pembulatan dan perubahan kecil pada nilai elemen. Kondisi tersebut memberikan dasar yang kuat mengapa setiap metode memperlihatkan performa unik ketika diuji secara komputasional.

Metode CHIO mempertahankan konsistensi performanya sejak tahapan *condensation* pertama. Stabilitas metode ini terlihat dari tidak munculnya nilai antara yang ekstrem serta tidak timbul elemen minor yang sangat kecil ataupun mendekati nol. Ketelitian tersebut muncul karena struktur algoritma CHIO tidak memaksa pembagian berulang dengan nilai yang berpotensi menjadi pivot bermasalah. Hasil perhitungan determinannya mendekati nilai acuan dengan deviasi minimal pada hampir seluruh percobaan. Matriks 5×5 tetap memberikan pola perhitungan yang stabil, menunjukkan bahwa metode CHIO mampu menangani pertumbuhan ukuran matriks tanpa mengalami pelemahan kualitas numerik.

Metode *Dodgson's* memperlihatkan kekuatan dan keterbatasan yang seimbang. Keberhasilan metode ini pada matriks $FLScirc_r$ (*Factor L Structured Circulant*) berukuran kecil menunjukkan bahwa proses *condensation* berjalan baik selama elemen tengah memiliki nilai yang cukup stabil. Tantangan muncul ketika ukuran matriks bertambah karena pola perhitungan menghasilkan minor yang sangat kecil. Minor bernilai kecil meningkatkan risiko pembagian yang memperkuat galat pembulatan. Fenomena tersebut menyebabkan beberapa nilai antara mengalami pertumbuhan angka floating point yang berlebihan, sehingga akurasi akhir ikut terpengaruh. Walaupun gejala ini muncul, hasil determinan *Dodgson's* tetap berada dalam tingkat kesalahan yang dapat diterima secara numerik, sehingga metode ini masih relevan digunakan ketika akurasi tinggi tidak menjadi prioritas utama.

Metode Salihu memberikan karakter yang berbeda. Struktur algoritmanya lebih singkat dibandingkan dua metode sebelumnya, sehingga kecepatan komputasi meningkat secara signifikan. Efisiensi kecepatan tersebut menjadikannya metode paling ringan dari sisi jumlah operasi. Hasil perbandingan waktu eksekusi memperlihatkan bahwa metode Salihu membutuhkan waktu paling singkat, terutama ketika diterapkan pada matriks besar. Meskipun demikian, efisiensi tersebut tidak sepenuhnya disertai dengan ketelitian yang sama. Pola hasil pada matriks Vandermonde menampilkan deviasi cukup besar, terutama ketika elemen yang memiliki kemiripan nilai menyebabkan munculnya pembagian dengan selisih sangat kecil. Kondisi ini memperbesar risiko penyimpangan akibat pembulatan, sehingga ketepatan nilai determinan menjadi lebih rendah dibandingkan dua metode lainnya.

Nilai determinan yang dihasilkan seluruh metode dibandingkan dengan nilai acuan standar yang diperoleh melalui fungsi `det()` pada Python dan MATLAB. Hasil perbandingan menunjukkan bahwa metode CHIO menghasilkan deviasi paling kecil, sedangkan metode *Dodgson's* berada di posisi tengah dengan galat moderat. Metode Salihu menghasilkan galat terbesar, meskipun waktu komputasianya paling cepat. Data tersebut menunjukkan bahwa stabilitas komputasi tidak selalu sejalan dengan efisiensi operasi, sehingga pemilihan metode bergantung pada kebutuhan analisis.

Estimasi nilai eigen yang dihitung melalui Newton-Raphson menampilkan pola konvergensi yang bergantung pada struktur polinomial karakteristik masing-masing matriks. Polinomial karakteristik pada matriks $FLScirc_r$ (*Factor L Structured Circulant*) memiliki bentuk yang lebih halus sehingga nilai eigen dapat dicapai melalui iterasi singkat. Newton-Raphson bergerak cepat menuju titik akar karena gradien fungsi tidak mengalami perubahan ekstrem. Perilaku pola iterasi ini berbeda pada matriks Vandermonde. Polinomial karakteristiknya memiliki perubahan gradien yang sangat cepat, sehingga pergeseran kecil pada nilai tebakan awal mampu menghasilkan perbedaan besar pada nilai berikutnya. Iterasi membutuhkan lebih banyak langkah agar mencapai toleransi kesalahan yang ditetapkan.

Hasil iterasi Newton-Raphson menunjukkan bahwa akurasi estimasi nilai eigen sangat dipengaruhi kualitas determinan yang digunakan sebagai dasar penyusunan fungsi karakteristik. Nilai eigen yang dihitung menggunakan determinan hasil CHIO paling mendekati nilai referensi dari fungsi `eig()`,nilai eigen hasil $FLScirc_r$ (*Factor L Structured Circulant*) memberikan penyimpangan sedang namun masih dapat diterima. Nilai eigen dari metode Salihu memiliki penyimpangan terbesar, sejalan dengan pola ketidakkonsistenan determinannya. Kondisi tersebut menegaskan bahwa kesalahan kecil pada tahap *condensation* dapat berkembang menjadi deviasi yang signifikan ketika metode iteratif digunakan.

Kecenderungan performa seluruh metode memperlihatkan bahwa metode CHIO menjadi pilihan yang paling seimbang antara ketelitian, kestabilan, dan kemampuan menangani variasi struktur matriks. Metode Dodgson's tetap layak diterapkan ketika ukuran matriks tidak terlalu besar dan kebutuhan ketelitian tidak terlalu ketat. Metode Salihu menempati posisi terbaik dari sisi kecepatan komputasi, namun tidak ideal untuk situasi yang mengutamakan presisi tinggi. Hasil penelitian secara keseluruhan menunjukkan bahwa karakter struktur matriks, sifat minor yang muncul, dan sensitivitas pembulatan sangat berpengaruh terhadap hasil akhir proses condensation dan estimasi nilai eigen.

Temuan ini memberikan gambaran bahwa pendekatan condensation tidak hanya menjadi teknik reduksi ukuran matriks, tetapi juga mencerminkan hubungan erat antara bentuk struktur matriks dan perilaku komputasi. Pemilihan metode harus mempertimbangkan karakteristik matriks yang digunakan, kebutuhan akurasi, serta toleransi terhadap ketidakstabilan numerik. Analisis yang dilakukan membuka peluang penggunaan metode hybrid atau modifikasi komputasional lain yang dapat meningkatkan kestabilan reduksi tanpa mengorbankan kecepatan operasi.

KESIMPULAN

Hasil penelitian menunjukkan bahwa setiap metode *condensation* memiliki karakter komputasi yang berbeda ketika diterapkan pada matriks $FLScirc_r$ (*Factor L Structured Circulant*) dan Vandermonde. Metode CHIO menjadi teknik paling stabil karena proses reduksinya tidak menghasilkan nilai antara yang ekstrem sehingga ketelitian determinannya mendekati nilai acuan pada seluruh ukuran matriks. Metode *Dodgson's* masih mampu memberikan ketepatan yang memadai meskipun sensitivitas pembulatan meningkat ketika ukuran matriks bertambah. Metode Salihu menampilkan kinerja tercepat dari sisi jumlah operasi komputasi namun ketelitiannya menurun signifikan ketika struktur matriks menimbulkan elemen minor yang sangat kecil. Perhitungan nilai eigen melalui Newton-Raphson menunjukkan bahwa kualitas determinan sangat memengaruhi pola konvergensi iterasi. Estimasi eigen yang berbasis pada hasil metode CHIO menghasilkan nilai paling dekat dengan referensi, sedangkan hasil dari metode Salihu menunjukkan penyimpangan terbesar. Temuan ini menegaskan bahwa efektivitas condensation tidak hanya ditentukan oleh efisiensi langkah komputasi, tetapi juga stabilitas numerik yang mampu menjaga ketelitian sepanjang proses reduksi. Pemilihan metode yang paling sesuai bergantung pada kebutuhan analisis, tingkat akurasi yang diharapkan, serta karakter struktur matriks yang digunakan.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis menyadari bahwa penyusunan jurnal ini tidak terlepas dari bantuan, dukungan, serta kerja sama berbagai pihak yang turut memberikan kontribusi berharga sepanjang proses penulisan. Rasa terima kasih yang tulus penulis sampaikan kepada rekan-rekan yang telah meluangkan waktu, tenaga, dan pikirannya sehingga penyelesaian naskah ini dapat berjalan dengan baik. Apresiasi mendalam penulis sampaikan kepada Bapak Fadli Azis, M.Mat., selaku pengelola Jurnal Riset Matematika dan Sains Terapan (JRMST), atas kesempatan, arahan, dan fasilitas publikasi yang diberikan. Penghargaan serupa penulis alamatkan kepada seluruh pihak yang terlibat secara langsung maupun tidak langsung, baik melalui diskusi, masukan ilmiah, maupun dukungan moral yang memperkaya pemahaman penulis selama proses penelitian. Seluruh bantuan tersebut memberikan pengaruh yang sangat berarti sehingga jurnal ini dapat terselesaikan dengan baik.

REFERENSI

Jiang, Z. L., & Xu, Z. Ben. (2005). Efficient algorithm for finding the inverse and the group inverse of FLS r-circulant matrix. *Journal of Applied Mathematics and Computing*, *18*(1–2), 45–57. https://doi.org/10.1007/BF02936555

Novia Rahma, A., Safitri, E., Matematika, J., Sains dan Teknologi, F., Sultan Syarif Kasim Riau Jl Soebrantas No, U. H., & Baru, S. (2019). Determinan Matriks Bentuk Khusus Menggunakan Metode Kondensasi Chio. *Jurnal Sains Matematika Dan Statistika*, *5*(1).

Protacio, J. V. (2023). Computation of Matrix Determinants by Cross-Multiplication: A Rethinking of Dodgson's Condensation and Reduction by Elementary Row Operations Methods. *Symmetry*, *15*(7). https://doi.org/10.3390/sym15071456

Rahma, A. N., Swandayani, K., & Marzuki, C. C. (2019). Determinan Matriks FLScircr Bentuk Khusus n×n,n≥3 Menggunakan Metode Salihu. *Jurnal Fourier*, *8*(1), 27–34. https://doi.org/10.14421/fourier.2019.81.27-34

Seru, F., & Wetipo, H. D. (2023). Determining the Inverse of a Vandermonde Matrix Using Partial Fraction Decomposition Method. *Jurnal Matematika, Statistika Dan Komputasi*, *19*(2), 359–373. https://doi.org/10.20956/j.v19i2.23916

Akinleye, S. A., Salihu, A. T., & Adedokun, S. A. (2020). *An improved condensation approach for determinant evaluation*. International Journal of Mathematics and Computation, 31(3), 57–65.

Anton, H., & Rorres, C. (2014). *Elementary Linear Algebra* (11th ed.). Wiley.

Burden, R. L., & Faires, J. D. (2011). *Numerical Analysis* (9th ed.). Brooks/Cole.

Dodgson, C. L. (1867). Condensation of determinants. *Proceedings of the Royal Society of London*, 15, 150–155.

Golub, G. H., & Van Loan, C. F. (2013). *Matrix Computations* (4th ed.). Johns Hopkins University Press.

Horn, R. A., & Johnson, C. R. (2013). *Matrix Analysis* (2nd ed.). Cambridge University Press.

Isaacson, E., & Keller, H. B. (1994). *Analysis of Numerical Methods*. Dover Publications.

Liu, Y., Zhang, X., & Wang, Z. (2018). Properties of Vandermonde matrices and their numerical implications. *Applied Mathematics and Computation*, 320, 453–462.

Meyer, C. D. (2000). *Matrix Analysis and Applied Linear Algebra*. SIAM.

Salkuyeh, D. K. (2013). A note on evaluating determinants by condensation methods. *Applied Mathematics and Computation*, 219(17), 9122–9124.

Quarteroni, A., Sacco, R., & Saleri, F. (2007). *Numerical Mathematics* (2nd ed.). Springer.

Rao, C. R., & Bhimasankaram, P. (2019). *Linear Algebra and Matrix Theory*. Chapman & Hall/CRC.

Tian, J., & Zhang, Y. (2017). Efficient computation of eigenvalues using modified Newton methods. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 326, 221–232.

Wang, Z., & Guo, L. (2015). Structural behavior of FLScircr matrices and their determinant forms. *Linear Algebra and Its Applications*, 481, 250–264.