

Regresi Nonparametrik *Spline* Multivariabel untuk Pemodelan Pengaruh Unit Usaha, Tenaga Kerja dan Nilai Investasi pada Usaha Mikro terhadap Pertumbuhan PDRB di Provinsi Jawa Barat

Dadang Ruhiat^{1,a)}, Fadli Azis^{2,b)}

^{1,2} Program Studi Matematika FMIPA Universitas Bale Bandung

^{a)} dadangwiruhiat@gmail.com

^{b)} fadliazis16@gmail.com

Abstrak. Data untuk pemodelan regresi seringkali ditemukan tidak normal dan tidak memenuhi asumsi klasik lainnya, untuk kondisi data tersebut dapat digunakan pendekatan regresi nonparametrik. Model Regresi *Spline* Multivariabel merupakan salah satu jenis Regresi Nonparametrik berupa polinomial sepotong-sepotong yang memiliki sifat tersegmen dan kontinu sehingga memiliki fleksibilitas lebih dibanding polinomial biasa, dan dalam proses pemodelannya terdapat tahapan penentuan titik knot optimum guna meminimalisir nilai *error* dengan menggunakan kriteria nilai *generalized cross validation* (GCV). Metode tersebut diimplementasikan untuk memodelkan pengaruh jumlah unit usaha, tenaga kerja dan nilai investasi pada usaha mikro terhadap pertumbuhan PDRB di Provinsi Jawa Barat dan data yang digunakan dari keempat variabel tersebut berupa data *timeseries* dari tahun 2013- 2019. Sebagai pembandingan juga dilakukan pemodelan menggunakan regresi linier multivariabel. Hasil model Regresi *Spline* Multivariabel memiliki nilai koefisien determinasi (R^2) lebih besar dan memiliki nilai MAPE serta MSE lebih kecil, dengan demikian untuk karakteristik data tidak normal dan asumsi klasik tidak terpenuhi model Regresi *Spline* Multivariabel lebih cocok untuk digunakan.

Kata Kunci: Regresi, Nonparametrik, *Spline*, GCV, MAPE

PENDAHULUAN

Pertumbuhan ekonomi adalah sebagian dari perkembangan kesejahteraan masyarakat yang diukur dengan besarnya pertumbuhan Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) perkapita (Zaris, 1987). Tingginya tingkat pertumbuhan ekonomi yang ditunjukkan dengan tingginya nilai PDRB menunjukkan bahwa daerah mengalami kemajuan dalam perekonomian. Keberhasilan pertumbuhan PDRB tidak dapat dipisahkan dari meningkatnya investasi sebagai penentu laju pertumbuhan ekonomi. Investasi akan meningkatkan kesempatan kerja dan kesejahteraan sebagai konsekuensi dari meningkatnya pendapatan masyarakat. Ditinjau dari sumber daya yang dimiliki, Provinsi Jawa Barat mempunyai peluang yang besar untuk aktifitas investasi khususnya Penanaman Modal Asing (PMA) karena banyak tersedia berbagai bahan mentah dari berbagai sektor seperti pertanian, sektor industri perkebunan dan juga potensi daerah objek wisata. Selain investasi, sumber daya manusia merupakan modal pembangunan yang sangat penting. Salah satu ukuran keberhasilan dari pembangunan ekonomi melalui industrialisasi adalah terbukanya lapangan kerja.

Usaha Mikro Kecil dan Menengah (UMKM) mempunyai peran strategis dalam pembangunan ekonomi nasional. UMKM dipandang sebagai sektor yang handal dalam menghadapi terpaan krisis ekonomi. Hal ini terbukti ketika terjadi krisis ekonomi pada tahun 1988, UMKM masih tetap eksis sementara usaha besar banyak yang gulung tikar (*Indonesian Economic & Small Medium Enterprises Outlook*, 2011). Jika ditelaah secara sektoral, UMKM memiliki keunggulan dalam bidang usaha yang memanfaatkan sumber daya alam, seperti pertanian tanaman pangan,

perkebunan, peternakan, dan perikanan. Setidaknya terdapat tiga alasan yang mendasari Negara berkembang belakangan ini memandang penting keberadaan UMKM (Berry, dkk, 2001).

Berdasarkan penjelasan di atas, nampak bahwa pemberdayaan unit usaha, tenaga kerja, dan nilai investasi pada usaha mikro berpengaruh terhadap PDRB di Provinsi Jawa Barat. Oleh karena itu penulis tertarik melakukan analisis pengaruh pemberdayaan unit usaha, tenaga kerja dan nilai investasi pada usaha mikro terhadap pertumbuhan PDRB di Provinsi Jawa Barat” melalui pemodelan regresi. Metode yang digunakan adalah Regresi *Spline* Multivariabel yang berbasis statistik nonparametrik, hal tersebut berdasarkan hasil identifikasi karakteristik data dimana data yang tersedia untuk pemodelan tidak berdistribusi normal atau tidak mengikuti pola tertentu (seperti linier, kuadratik, logistik dan pola lainnya) dan tidak memenuhi asumsi klasik lainnya seperti multikolinieritas, heteroskedastisitas dan autokorelasi. Dalam kajian ini juga dilakukan pemodelan dengan menggunakan metode Regresi Linier Multivariabel dengan mengasumsikan data yang tersedia memenuhi asumsi kenormalan dan asumsi klasik lainnya seperti yang dilakukan sebelumnya oleh Yusuf (2022). Hal ini dilakukan untuk validasi sejauh mana tingkat akurasi model regresi *spline* multivariabel dibandingkan dengan model Regresi Linier Multivariabel dengan karakteristik data yang tidak memenuhi syarat untuk pemodelan regresi parametrik.

TINJAUAN PUSTAKA

Regresi Linier Multivariabel

Regresi linier multivariabel dikenal juga dengan regresi linier berganda atau regresi linier multipel adalah regresi dengan satu variabel respon dan beberapa variabel prediktor. Misalkan diberikan n observasi untuk masing-masing variabel (sampel sebanyak n) $(x_{11}, x_{21}, \dots, x_{p1}, y_1), (x_{12}, x_{22}, \dots, x_{p2}, y_2), \dots, (x_{1n}, x_{2n}, \dots, x_{pn}, y_n)$ maka model RLM dapat ditulis dalam bentuk persamaan:

$$y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ji} + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

dengan

β_0 : Intersep

y_i : Variabel respon pengamatan ke- i

x_{ji} : Variabel prediktor ke- j untuk pengamatan ke- i

β_j : Koefisien regresi pada variabel x_j

ε_i : residual dengan asumsi $\varepsilon \sim NID(0, \sigma^2)$

Persamaan (1) dapat dinyatakan dalam bentuk matrix

$$Y = \beta X + \varepsilon \quad (2)$$

dengan

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{p1} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & \cdots & x_{p2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & \cdots & x_{pn} \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix}, \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_p \end{bmatrix}$$

Estimator model (2) dapat dicari menggunakan metode kuadrat terkecil dan hasilnya adalah $\hat{Y} = \hat{\beta}X$, dimana $\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y$

Regresi *Spline* Multivariabel

Terdapat beberapa penelitian yang menggunakan metode regresi nonparametric *spline* multivariabel dan mengimplementasikan dalam berbagai permasalahan. Sari (2018), menggunakan metode Regresi *Spline* Multivariabel untuk memodelkan faktor-faktor yang mempengaruhi indeks pembangunan gender di provinsi Jawa Barat; Budiantara (2015), menggunakan Regresi *Spline* Multivariabel dalam pemodelan untuk menganalisis pengaruh kualitas produk,

harga, dan iklan terhadap keputusan pembelian sepeda motor Yamaha pada Harpindo Jaya cabang Ngalian; Mubarak dkk (2012), menggunakan metode Regresi *Spline* Multivariabel untuk pemodelan kematian penderita Demam Berdarah Dengue (DBD) di Jawa Timur; Afa dkk. (2018), menggunakan metode Regresi *Spline* Multivariabel dalam pemodelan indeks harga saham gabungan; dan Putri (2018) dalam skripsinya menggunakan Regresi *Spline* Multivariabel untuk melakukan analisis mengenai factor-faktor yang mempengaruhi tingkat kriminalitas di Jawa Tengah.

Spline merupakan potongan (*piecewise*) polinomial dengan fungsi yang bersifat tersegmen (*truncated*) yang kontinu. Sifat ini memberikan fleksibilitas lebih dibandingkan dengan polinomial biasa (Eubank, 1988: 196). Model regresi *spline* multivariabel yaitu model regresi *spline* yang mempunyai lebih dari satu variabel prediktor. Bentuk persamaan umum regresi *spline* multivariable adalah sebagai berikut.

$$y_i = \sum_{i=1}^p f(x_{ii}) + \varepsilon_i, \quad (3)$$

Persamaan (1) dapat dihipotesis dengan persamaan (2)

$$y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^q \beta_{ji} x_{ii}^j + \sum_{k=1}^M \beta_{j+ki} (x_{ii} - K_k)_+^q + \varepsilon_{ii}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (4)$$

dan persamaan (4) dapat dinyatakan dalam bentuk matrik berikut:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \dots & x_{11}^q & (x_{11} - k_{11})_+^q & \dots & (x_{11} - k_{M1})_+^q \\ 1 & x_{12} & \dots & x_{12}^q & (x_{12} - k_{11})_+^q & \dots & (x_{12} - k_{M1})_+^q \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & \dots & x_{1n}^q & (x_{1n} - k_{11})_+^q & \dots & (x_{1n} - k_{M1})_+^q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_{11} \\ \vdots \\ \beta_{q1} \\ \beta_{j+11} \\ \vdots \\ \beta_{j+M1} \end{bmatrix} + \dots$$

$$\begin{bmatrix} 1 & x_{p1} & \dots & x_{p1}^q & (x_{p1} - k_{1p})_+^q & \dots & (x_{p1} - k_{Mp})_+^q \\ 1 & x_{p2} & \dots & x_{p2}^q & (x_{p2} - k_{1p})_+^q & \dots & (x_{12} - k_{Mp})_+^q \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{pn} & \dots & x_{pn}^q & (x_{pn} - k_{1p})_+^q & \dots & (x_{1n} - k_{Mp})_+^q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_{1p} \\ \vdots \\ \beta_{qp} \\ \beta_{j+1p} \\ \vdots \\ \beta_{j+Mp} \end{bmatrix} + \varepsilon_i \quad (5)$$

Persamaan bentuk matrik tersebut dapat disederhanakan menjadi persamaan (6):

$$y = W(K_{11}, \dots, K_{M1}, \dots, K_{1p}, \dots, K_{Mp})\theta + \varepsilon \quad (6)$$

dengan:

$y = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$: Vektor variable respon berukuran $n \times 1$

$\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon)^T$: Vektor galat berukuran $n \times 1$

$\theta = (\beta_0, \beta_{11}, \dots, \beta_{q1}, \beta_{j+11}, \dots, \beta_{j+M1}, \dots, \beta_0, \beta_{1p}, \dots, \beta_{qp}, \beta_{j+1p}, \dots, \beta_{j+Mp})$: Vektor parameter dengan ukuran $(pq + M_1 + M_2 + \dots + M_p) \times 1$

$W(K_{11}, \dots, K_{M1}, \dots, K_{1p}, \dots, K_{Mp}) =$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{11}^q & x_{12}^q & \cdots & x_{1n}^q \\ (x_{11} - K_{11})_+^q & (x_{12} - K_{11})_+^q & \cdots & (x_{1n} - K_{11})_+^q \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (x_{11} - K_{M1})_+^q & (x_{12} - K_{M1})_+^q & \cdots & (x_{1n} - K_{M1})_+^q \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{p1} & x_{p2} & \cdots & x_{pn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{p1}^q & x_{p2}^q & \cdots & x_{pn}^q \\ (x_{p1} - K_{1p})_+^q & (x_{p2} - K_{1p})_+^q & \cdots & (x_{pn} - K_{1p})_+^q \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (x_{p1} - K_{Mp})_+^q & (x_{p2} - K_{Mp})_+^q & \cdots & (x_{pn} - K_{Mp})_+^q \end{bmatrix}$$

adalah matrik berukuran $n \times (pq + M_1 + M_2 + \cdots + M_p)$

Kriteria Model Terbaik

Dalam pemodelan Regresi *spline* Multivariabel digunakan nilai GCV dan MSE dalam menentukan titik knot optimum. Sedangkan untuk menentukan model terbaik dilakukan berdasarkan nilai MAPE, MSE dan R^2 .

1. Mean Square Error (MSE)

Model yang baik memiliki nilai MSE yang minimum. MSE diartikan sebagai harapan nilai kuadrat perbedaan antara estimator dengan parameter populasi (Vitaningrum, 2018). Rumus MSE dapat ditulis sebagai berikut (Eubank, 1988:24):

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - f(x_i))^2}{n} \quad (7)$$

atau

$$MSE = \frac{((I - G)Y)^T ((I - G)Y)}{n} \quad (8)$$

dengan,

n : jumlah data amatan.

Y_i : variabel respon pada pengamatan ke- i .

x_i : variabel prediktor pada pengamatan ke- i .

$f(x_i)$: fungsi regresi pada pengamatan ke- i dengan titik knot.

$G : W(W^T W)^{-1} W^T$

2. Mean Absolute Percentage Error (MAPE)

MAPE dihitung dengan menggunakan rumus sebagai berikut:

$$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^T \frac{|Y_t - \hat{Y}_t|}{Y_t}}{T} \times 100\% \quad (9)$$

dimana:

Y_t = data actual series ke- t

$\hat{Y}_t$ = data hasil estimasi ke- t

T = Panjang periode *forecasting*

3. GCV

Menurut Eubank (1988: 30), GCV dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan pemilihan parameter untuk meminimalkan MSE. Jika nilai GCV minimum maka model regresi spline memiliki error yang kecil. Fungsi GCV didefinisikan sebagai:

$$GCV = \frac{MSE}{(n^{-1}Tr(I - G))^2} \quad (10)$$

dengan $n^{-1}Tr(I - G) < n$ dan $G : W(W^TW)^{-1}W^T$.

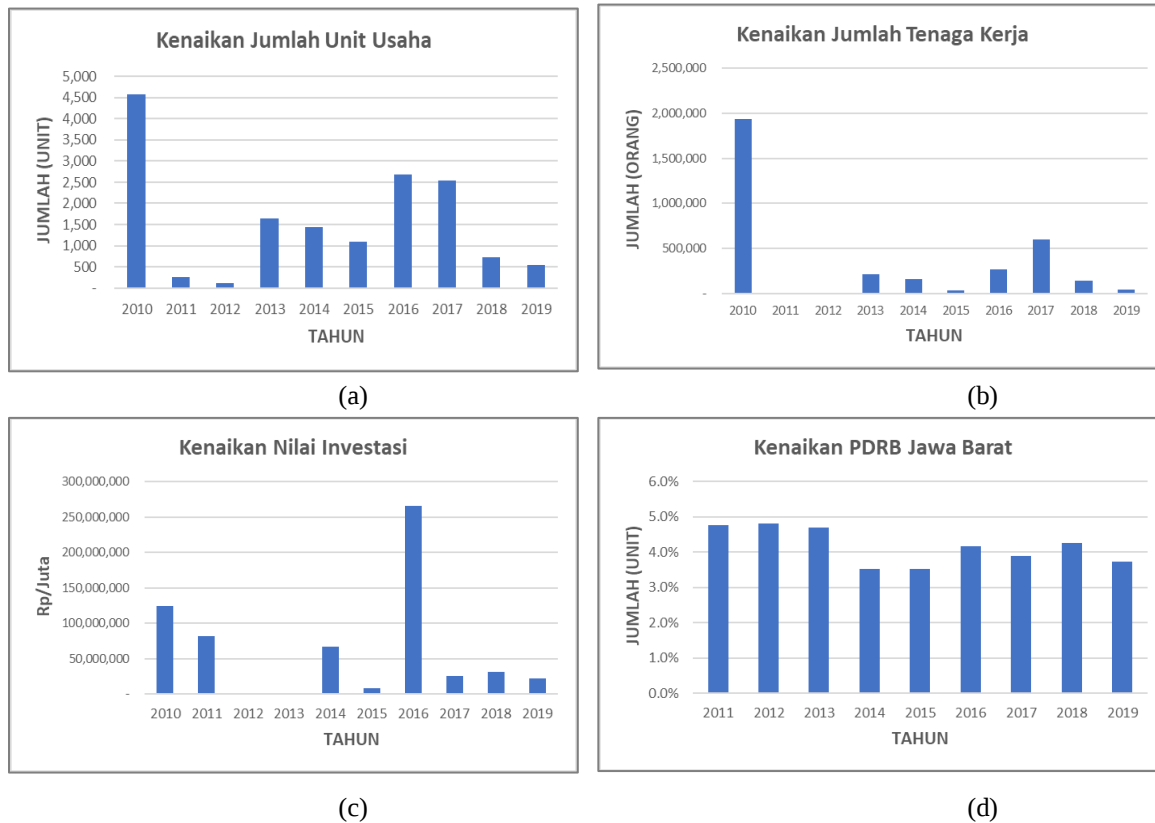
4. Koefisien determinasi (R^2)

Koefisien determinasi atau *R-Square* (R^2) dihitung dengan mengkuadratkan koefisien korelasi (R). semakin besar nilai R^2 maka semakin baik model yang didapatkan, dan Nilai koefisien determinasi (R^2) tidak pernah negatif (Gujarati, 2003).

$$R^2 = \frac{\text{Sum of Square Regression (SSR)}}{\text{Sum of Square Total (SST)}} = R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (11)$$

METODE PENELITIAN

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder, terdiri atas data kenaikan jumlah unit usaha, jumlah tenaga kerja dan nilai investasi pada usaha mikro. Data tersebut diperoleh dari Dinas Perindustrian dan Perdagangan (DISPERINDAG) Provinsi Jawa Barat dari tahun 2011 sampai 2019. Sedangkan data PDRB (Produk Domestik Regional Bruto) Provinsi Jawa Barat diperoleh dari Biro Pusat Statistik (BPS) Provinsi Jawa Barat dari tahun 2011 sampai dengan tahun 2019.



GAMBAR 1. Grafik data kenaikan: (a) Unit Usaha, (b)Tenaga Krja, (c) Nilai Investasi dan (d) Kenaikan PDRB

Variabel Penelitian

Berdasarkan perannya, variabel kenaikan jumlah unit usaha, jumlah tenaga kerja dan nilai investasi berperan sebagai variabel bebas (variabel prediktor) sedangkan kenaikan PDRB berperan sebagai variabel tak bebas (variabel respon). Variabel bebas adalah variabel yang mempengaruhi atau menyebabkan perubahan pada variabel lain dan tidak dipengaruhi oleh variabel lainnya, sedangkan variabel tak bebas adalah variabel yang dipengaruhi oleh variabel bebas atau variabel lainnya.

Untuk penyederhanaan dalam analisis, variabel-variabel bebas yang dilibatkan yaitu kenaikan per tahun dari jumlah unit usaha UMKM dilambangkan X_1 , jumlah tenaga kerja pada UMKM dilambangkan dengan X_2 dan nilai investasi UMKM dilambangkan dengan X_3 dan pertumbuhan PDRB sebagai variabel tak bebas diambangkan dengan Y .

Penaksiran Koefisien Regresi *Spline* Multivariabel

Garis besar tahapan penaksiran nilai parameter Regresi *Spline* Multivariabel adalah sebagai berikut:

1. Membuat matrik kolom untuk variabel rata-rata kenaikan jumlah unit usaha UMKM (X_1), rata-rata kenaikan jumlah tenaga kerja UMKM (X_2), rata-rata kenaikan nilai investasi (X_3) dan rata-rata kenaikan PDRB (Y)

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad X_1 = \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ x_{13} \\ \vdots \\ x_{1n} \end{bmatrix}, \quad X_2 = \begin{bmatrix} x_{21} \\ x_{22} \\ x_{23} \\ \vdots \\ x_{2n} \end{bmatrix}, \quad X_3 = \begin{bmatrix} x_{31} \\ x_{32} \\ x_{33} \\ \vdots \\ x_{3n} \end{bmatrix}$$

2. Menentukan titik knot k_1, k_2 , dan k_3 untuk masing-masing variabel bebas X_1, X_2 , dan X_3
3. Membuat matriks kolom identitas (W). Nilai pada matriks kolom harus lebih besar sama dengan 0, atau merupakan bilangan positif. Karena data pengamatan sebanyak 16 maka akan terbentuk matriks berukuran 16×7 , dengan rumus $[1, X_1, (X_1 - K_1), X_2, (X_2 - K_2), X_3, (X_3 - K_3)]$

$$W = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & (x_{11} - k_1) & \cdots & x_{31} & (x_{31} - k_3) \\ 1 & x_{12} & (x_{11} - k_1) & \cdots & x_{32} & (x_{32} - k_3) \\ 1 & x_{13} & (x_{11} - k_1) & \cdots & x_{33} & (x_{33} - k_3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & (x_{11} - k_1) & \cdots & x_{3n} & (x_{3n} - k_3) \end{bmatrix}$$

4. Membuat matrik transpose W (W^T)
5. Menentukan nilai β dengan menggunakan metode *ordinary least square* (OLS):

$$\beta = (W^T * W)^{-1} * W^T * Y$$

6. Menghitung nilai taksiran variabel respon ($\hat{y}$) serta residual
7. Menentukan nilai *mean square error* (*MSE*) menggunakan persamaan (8)
8. Menentukan nilai *generalized cross validation* (*GCV*) menggunakan persamaan (10)

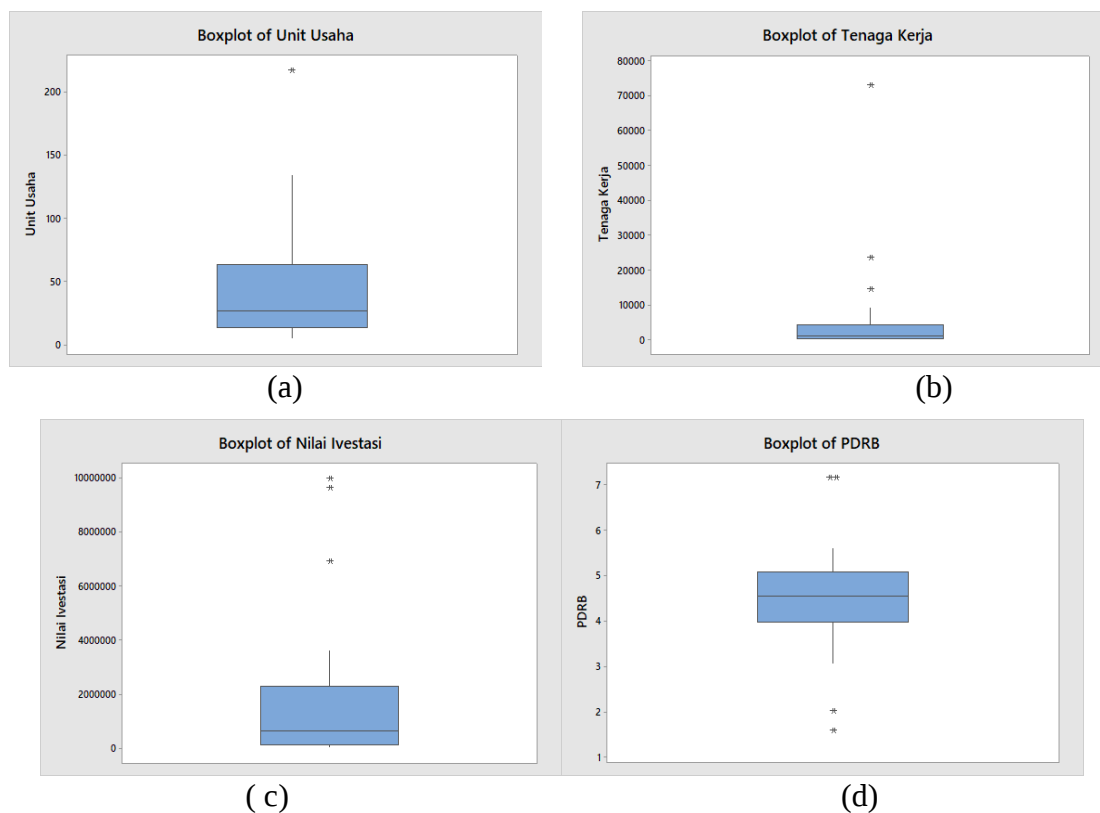
Perhitungan taksiran koefisien model Regresi *Spline* Multivariabel menggunakan pemrograman statistik R.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Deteksi Data *Outlier*

Data *Outliers* adalah data yang memiliki nilai sangat jauh dari nilai umumnya atau memiliki nilai yang ekstrem. Adanya data *outliers* ini dapat berpengaruh pada hasil uji asumsi, seperti uji normalitas, linearitas, maupun homogenitas varians. Data *Outlier* dapat berpengaruh pada pengambilan kesimpulan penelitian dari hasil uji statistik. Beberapa faktor yang menyebabkan munculnya data *outliers* diantaranya adalah kesalahan penginputan data, kesalahan pengambilan sampel, subjek yang mengerjakan secara asal-asalan dan fakta di lapangan memang demikian. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mendeteksi data *outlier* adalah menggunakan *Boxplot* yang pada prosesnya menggunakan bantuan *software* statistik Minitab versi 18. Hasil deteksi data *outlier* disajikan pada

GAMBAR 3.



GAMBAR 3. Data Outlier: (a) Unit Usaha; (b) Tenaga Kerja; (c) Nilai Investasi; (d) PDRB

Berdasarkan *Boxplot* pada Gambar 4 diketahui beberapa data *outlier* dari masing-masing variabel, yaitu: 1) data nomor urut ke-1 dan ke-7 pada variabel X1 (Unit Usaha); 2) data nomor urut ke-4 dan ke-7 pada variabel X2 (Tenaga Kerja); 3) data nomor urut ke-1, ke-7 dan ke-9 pada variabel X3 (Nilai Investasi); dan 4) data nomor urut ke-7, ke-15 dan ke-18 pada variabel Y (Pertumbuhan PDRB). Untuk analisis selanjutnya data *outlier* dikeluarkan dari rangkaian data input, sehingga diperoleh 16 pasangan data siap analisis yang disajikan pada table berikut ini.

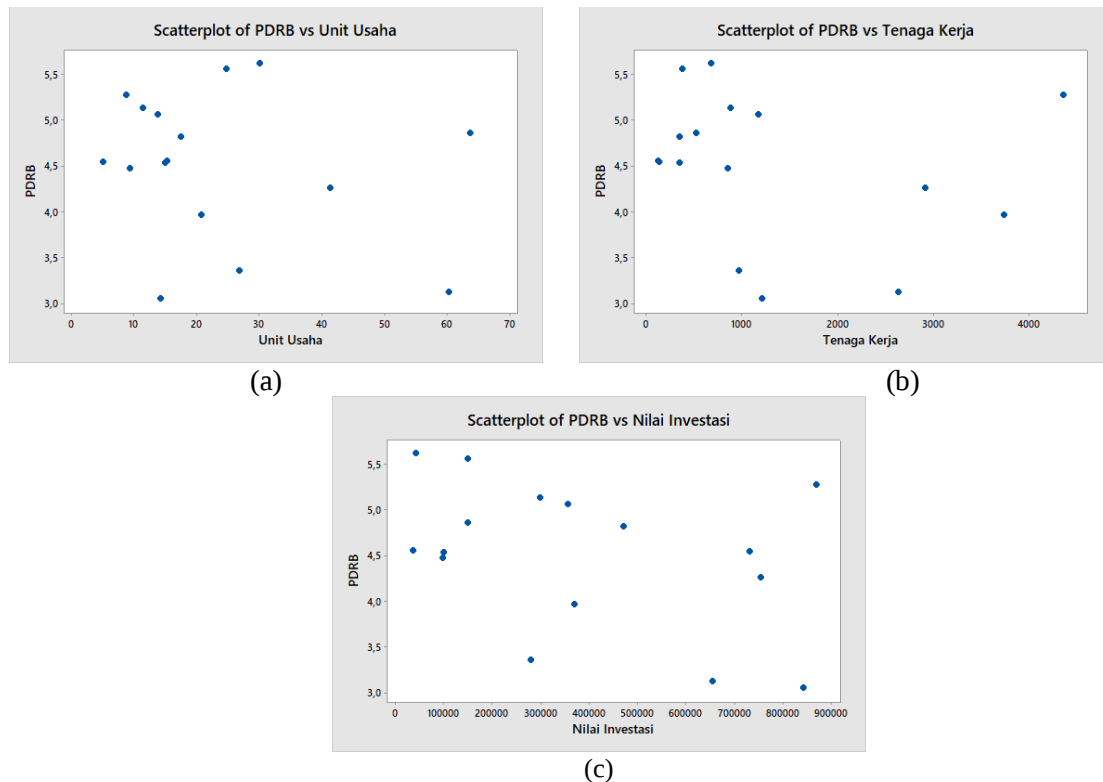
TABEL 1. Data Siap Analisis Hasil Uji Outlier

No.	Kab/Kota	Rerata Kenaikan Per tahun			
		Unit Usaha	T. Kerja	N. Investasi	PDRB
1	Kota Depok	27	964	280.134	3,25
2	Kota Sukabumi	15	344	100.725	4,53
3	Kab. Cianjur	11	881	298.111	5,13
4	Kota Bekasi	60	2.627	663.399	3,12
5	Kab. Subang	14	1.206	840.963	3,05
6	Kab. Majalengka	9	4.352	867.953	5,27
7	Kab. Kuningan	25	380	150.494	5,56
8	Kota Cimahi	9	851	98.544	4,47
9	Kab. Sumedang	14	1.172	356.605	5,05
10	Kab. Garut	21	3.734	370.190	3,96
11	Kab. Tasikmalaya	15	127	36.407	4,55
12	Kab. Ciamis	17	349	471.503	4,81
13	Kota Banjar	64	522	149.889	4,86
14	Kota Tasikmalaya	30	675	42.788	5,61

No.	Kab/Kota	Rerata Kenaikan Per tahun			
		Unit Usaha	T. Kerja	N. Investasi	PDRB
15	Kab. Bandung Barat	41	2.914	753.708	4,26
16	Kab. Pangandaran	5	131	730.805	4,54

Uji Linieritas

Hasil uji linieritas variabel bebas terhadap variabel tak bebas melalui *plot scatter* menggunakan Minitab Versi 18 disajikan pada Gambar 5. Berdasarkan *plot scatter* variabel kenaikan jumlah unit usaha (X1), kenaikan jumlah tenaga kerja (X2) dan peningkatan nilai investasi (X3) terhadap variabel peningkatan PDRB Provinsi Jawa Barat (Y) diketahui ketiga variabel tersebut memiliki pola linier yang kurang kuat dan cenderung tidak linier terhadap variabel peningkatan PDRB.



GAMBAR 4. Plot Scatter data unit usaha, tenaga kerja dan nilai investasi terhadap PDRB

Uji statistik linieritas dilakukan menggunakan *Software SPSS Versi 24*. Hasil uji menunjukan nilai *sig.linierity* > 0.05 sehingga pola hubungan antara X1 (kenaikan unit usaha), X2 (kenaikan tenaga kerja) dan X3 (kenaikan nilai investasi) terhadap Y (pertumbuhan PDRB) terdeteksi tidak berpola linier.

TABEL 2. Hasil Uji Linieritas

			Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
PDRB * Unit_Usaha	Between Groups	(Combined)	7.237	12	.603	.780	.675
		Linearity	.485	1	.485	.627	.486
		Deviation from Linearity	6.752	11	.614	.794	.664
	Within Groups		2.320	3	.773		
Total			9.557	15			

Uji Normalitas

Uji normalitas dilakukan terhadap semua data variabel, baik variabel bebas maupun variabel tak bebas dengan menggunakan metode statistik Kolmogorov-Semirnov. Hasil perhitungan uji normalitas menggunakan *software* SPSS Versi 24 disajikan pada Tabel 3.

TABEL 3. Hasil Uji Normalitas

Var.	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Y	0.169	16	0.200*	0.928	16	0.228
X1	0.208	16	0.062	0.824	16	0.006
X2	0.286	16	0.001	0.803	16	0.003
X3	0.164	16	0.200*	0.895	16	0.068

Berdasarkan hasil uji normalitas dengan menggunakan Metode Kolmogorov-Semirnov dan Shapiro Wilk seperti yang disajikan pada Tabel 4.2., diketahui nilai Sig. untuk variabel peningkatan PDRB (Y), kenaikan jumlah unit usaha (X1) dan kenaikan nilai investasi (X3) lebih besar dari 0.05, dengan demikian data variabel-variabel tersebut berdistribusi normal. Sedangkan nilai Sig. untuk variabel kenaikan jumlah tenaga kerja lebih kecil dari 0.05 sehingga data untuk variabel tersebut terdeteksi tidak berdistribusi normal. Karena terdeteksi ada data variabel yang tidak normal maka untuk analisis selanjutnya dapat dilakukan melalui dua pendekatan, yaitu melakukan transformasi data ke normal atau menggunakan metode statistik nonparametrik

Uji Multikolinieritas

Nilai *Tolerance* dan nilai *VIF* hasil perhitungan dengan menggunakan bantuan *software* SPSS Versi 24 disajikan pada Tabel 4. Nilai *tolerance* untuk seluruh variabel lebih besar dari 0,1 dan nilai *VIF* lebih kecil dari 10, dengan demikian data pada ketiga variabel tersebut tidak mengandung gejala multikolinieritas.

TABEL 4. Hasil Uji Multikolinieritas

Model	Collinearity Statistics	
	Tolerance	VIF
X1	.958	1.043
X3	.659	1.516
X2	.648	1.542

Model Regresi Linier Multivariabel

Taksiran koefisien regresiliner multivariabel dihitung menggunakan *software* statistik SPSS. Hasil perhitungan disajikan pada Tabel 5. Berdasarkan nilai signifikansi koefisien regresi dari masing-masing variabel yang lebih besar dari 0.05 diketahui ketiga variabel bebas yang dilibatkan yaitu kenaikan jumlah unit usaha (X1), kenaikan jumlah tenaga kerja (X2) dan peningkatan nilai investasi secara parsial tidak berpengaruh signifikan terhadap kenaikan PDRB.

TABEL 5. Koefisien Regresi Linier Multivariabel

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
(Constant)	5.188	.439		11.813	.000
X1	-.012	.012	-.257	-.983	.345
X2	4.727E-5	.000	.079	.248	.808

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
X3	-1.209E-6	.000	-.447	-1.420	.181

Dengan demikian diperoleh bentuk persamaan Regresi Linier Multivariabel sebagai berikut

$$\hat{Y} = 5.188 - 0.012X_1 + 0.000047X_2 - 0.0000012X_3 \quad (11)$$

dengan:

X_1 = Kenaikan jumlah unit usaha (per tahun)

X_2 = Kenaikan jumlah tenaga kerja (per tahun)

X_3 = Kenaikan nilai investasi (per tahun)

$\hat{Y}$ = Prediksi pertumbuhan PDRB Jawa Barat (per tahun)

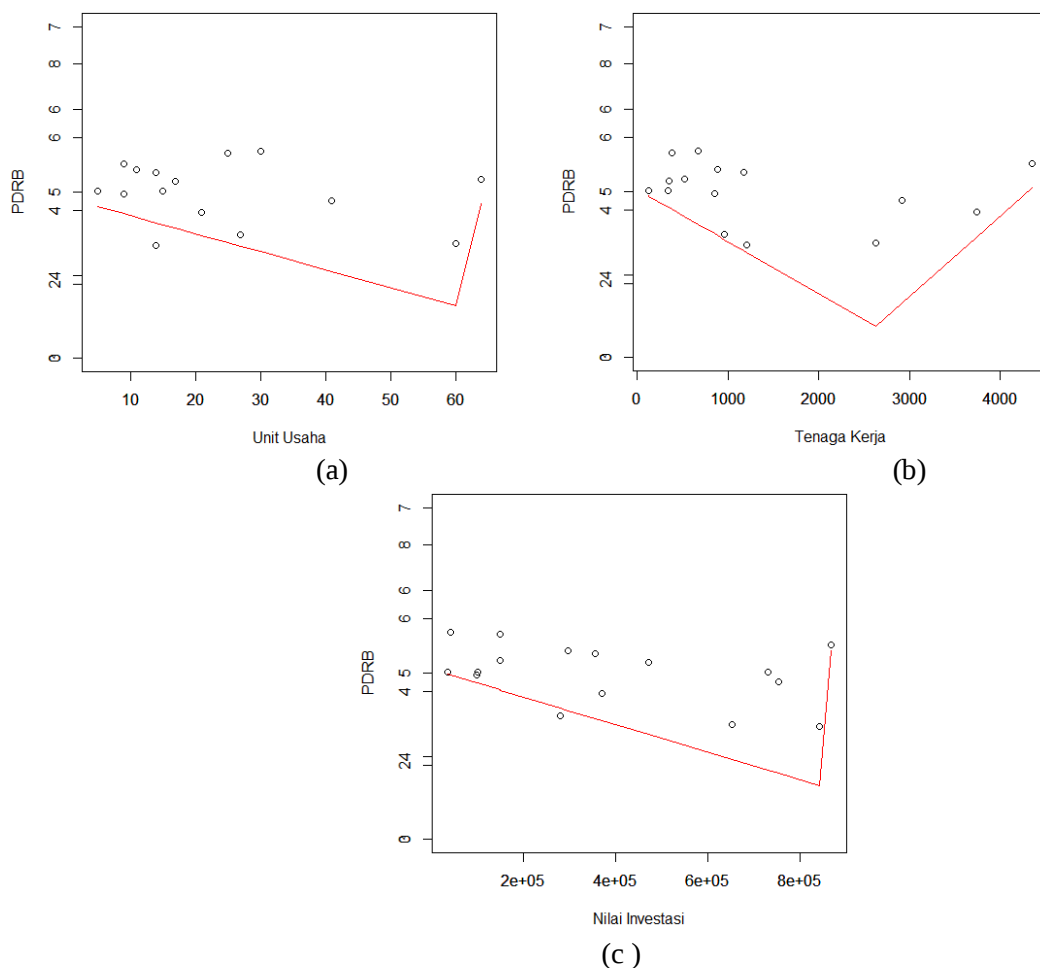
Model Regresi *Spline* Multivariabel

Estimasi parameter regresi spline multivariabel dilakukan secara bertahap dengan langkah-langkah seperti yang diuraikan di atas. Penentuan titik knot optimum setiap variabel bebas dilakukan berdasarkan nilai GCV dan MSE terkecil yang dihitung melalui komputasi statistik menggunakan *software* R. Hasil perhitungan GCV dan MSE untuk penentuan titik knot optimum setiap variabel bebas untuk model Regresi *Spline* Multivariabel orde 2 dengan titik knot 1 disajikan pada Tabel 6 dan secara visual dapat dilihat pada grafik yang disajikan pada GAMBAR 5.

TABEL 6. Koefisien Regresi Linier Multivariabel

Variabel	Titik Knot	GCV	MSE	Keterangan
Unit Usaha (X_1)	60	0.76379	0.50422	Optimum
	30	0.85051	0.56147	
	14	0.85345	0.56341	
	25	0.85552	0.56478	
	15	0.85374	0.56492	
Tenaga Kerja (X_2)	2627	0.60854	0.39995	Optimum
	2914	0.64659	0.42685	
	3734	0.65448	0.43206	
	1206	0.73947	0.48816	
	1172	0.75115	0.49588	
Nilai Investasi (X_3)	840983	0.56645	0.37395	Optimum
	653399	0.70674	0.46656	
	730885	0.73673	0.48656	
	753708	0.73720	0.48667	
	280134	0.74936	0.49470	

Berdasarkan nilai GCV dan MSE terkecil (TABEL 6) diketahui titik knot optimum untuk variabel unit usaha (K_1), adalah 60, variabel Tenaga Kerja K_2 adalah 2627 dan untuk variabel Nilai Investasi K_3 adalah 840983.



GAMBAR 5. Titik knot optimum data kenaikan variabel: (a) unit usaha, (b) tenaga kerja, dan (c) nilai investasi

Taksiran koefisien regresi *spline* multivariabel setelah melalui proses pembentukan matrik identitas (W) dan transpose Matrix identitas (W^T) menggunakan Metode *ordinary least square* (OLS) yang dihitung menggunakan bahasa pemrograman statistik R adalah sebagai berikut:

$$\beta = (W^T * W)^I * W^T * Y = \begin{bmatrix} 5.1878 \\ 0.0012 \\ -0.0118 \\ -0.00037 \\ 0.000682 \\ -0.0000012 \\ 0.000055 \end{bmatrix}$$

dengan nilai determinan $Det[W^T * W] = 1.540767e - 39$ atau $\neq 0$.

Dengan demikian diperoleh bentuk persamaan regresi *spline* multivariabel sebagai berikut:

$$\hat{Y} = 5,188 + 0.0012X_1 - 0.0118 (X_1 - K_1) - 0.00037X_2 + 0.000682(X_2 - K_2) - 0.0000012X_3 + 0.000055(X_3 - K_3) \quad (12)$$

dengan:

K_1 = titik knot variabel X_1 (unit usaha)

K_2 = titik knot variabel X_2 (tenaga kerja)

K_3 = titik knot variabel X_3 (nilai investasi)

Berdasarkan persamaan model regresi spline multivariabel tersebut maka diperoleh nilai taksiran variabel kenaikan PDRB($\hat{Y}$) dan residual ($y - \hat{y}$) seperti disajikan pada Tabel 6.

TABEL 6. Koefisien Regresi Linier Multivariabel

No	Y	$\hat{Y}$	$Res(Y - \hat{Y})$
1	3.35	4.544	-1.194285e+00
2	4.53	4.964	-4.337231e-01
3	5.13	4.536	5.943308e-01
4	3.12	4.536	-4.222586e-01
5	3.05	3.804	-7.544734e-01
6	5.27	5.270	1.145661e-11
7	5.56	4.906	6.539389e-01
8	4.47	4.770	-3.000347e-01
9	5.05	4.365	6.852921e-01
10	3.96	4.159	-1.985408e-01
11	4.55	5.117	-5.672965e-01
12	4.81	4.545	2.648826e-01
13	4.86	4.860	-1.763789e-10
14	5.61	4.924	6.861074e-01
15	4.26	3.495	7.647798e-01
16	4.54	4.319	2.212803e-01

Ukuran Kebaikan Model

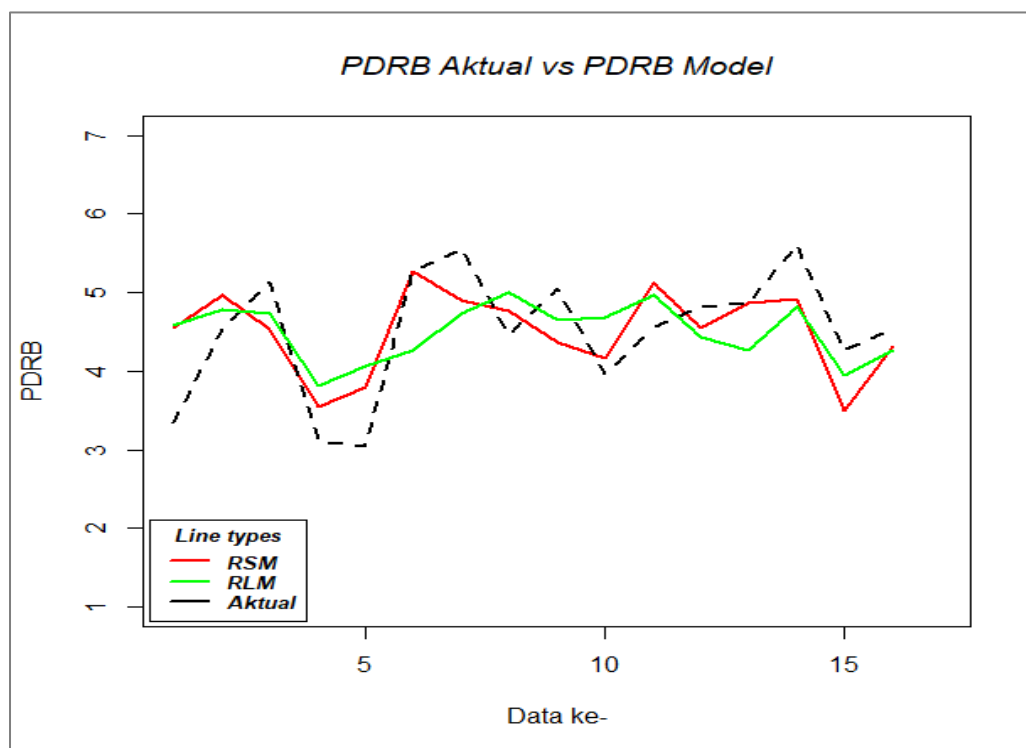
Kebaikan model Regresi *Spline* Multivariabel diukur dengan menggunakan kriteria koefisien determinasi (R^2), MSE dan GCV. Berdasarkan nilai residual yang diperoleh (TABEL 6) dengan menggunakan persamaan (2) maka diperoleh nilai MSE (*mean square error*) sebesar 0.327 dan MAPE (*mean absolute percentage error*) sebesar 11.6 %. Lebih kecil dari nilai MSE dan MAPE model Regresi Linier Multivariabel masing-masing yaitu sebesar 0.46 dan 14.7 %. Kemudian berdasarkan nilai koefisien determinasi (R^2), model regresi *spline* multivariabel memiliki nilai sebesar 0.45, yang dapat diartikan bahwa 45 % perubahan yang terjadi pada PDRB disebabkan oleh hubungannya dengan variabel kenaikan jumlah unit usaha (X_1), kenaikan jumlah tenaga kerja (X_2) dan kenaikan nilai investasi (X_3) yang dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan (3).

Berdasarkan nilai koefisien determinasi (R^2) yang lebih besar dan nilai MAPE serta MSE yang lebih kecil maka berdasarkan ketiga kriteria nilai kebaikan model tersebut dapat disimpulkan bahwa model Regresi *spline* Multivariabel lebih baik atau lebih akurat dalam menjelaskan hubungan dan pengaruh variabel kenaikan jumlah unit usaha, kenaikan tenaga kerja dan kenaikan nilai investasi pada usaha Mikro terhadap pertumbuhan PDRB di Jawa Barat dibandingkan dengan model Regresi Linier Multivariabel. Resume hasil perhitungan ketiga kriteria nilai kebaikan model tersebut disajikan pada Tabel 7.

1. TABEL 7. Resume Hasil Perhitungan Regresi

Ukuran Kebaikan Model	Model Regresi	
	RLM	RSM
Koefisien Determinasi (R^2)	0.216	0.45
MAPE	14.7 %	11.6 %
MSE	0.460	0.327

Selain berdasarkan tiga kriteria nilai kebaikan model, kebaikan dan kecocokan model secara visual dapat dilihat dari plot hasil prediksi kedua model tersebut yang disandingkan dengan data aktual seperti yang disajikan pada GAMBAR 6. Berdasarkan gambar plot tersebut diketahui prediksi pertumbuhan PDRB hasil model Regresi *spline* Multivariabel relatif lebih mampu menirukan perilaku data pertumbuhan PDRB aktual dibandingkan dengan data hasil model Regresi Linier Multivariabel. Plot data hasil prediksi kedua model regresi tersebut dan data aktual disajikan pada GAMBAR 6.



GAMBAR 6. Plot hasil prediksi Regresi Spline Multivariabel dan Regresi Linier Multivariabel terhadap data aktual

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis dapat diambil beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Model regresi linier multivariabel untuk hubungan antara variabel kenaikan unit usaha, kenaikan tenaga kerja dan kenaikan nilai investasi pada usaha mikro sebagai variabel predictor terhadap pertumbuhan PDRB di Provinsi Jawa Barat sebagai variabel respon adalah:

$$\hat{Y} = 5.188 - 0.012X_1 + 0.000047X_2 - 0.0000012X_3$$
2. Model regresi *spline* multivariabel untuk hubungan antara variabel kenaikan unit usaha, kenaikan tenaga kerja dan kenaikan nilai investasi pada usaha mikro sebagai variabel predictor terhadap pertumbuhan PDRB di Provinsi Jawa Barat sebagai variabel respon adalah:

$$\hat{Y} = 5,18776 + 0.0012X_1 - 0.0118(X_1 - K_1) - 0.00037X_2 + 0.0006823(X_2 - K_2) - 0.0000012X_3 + 0.0000555(X_3 - K_3)$$
3. Nilai koefisien determinasi (R^2) model Regresi *Spline* Multivariabel sebesar 0.45 yang lebih besar dari Regresi Linier Multivariabel sebesar 0.216, maka persentase perubahan yang terjadi pada PDRB yang dapat dijelaskan oleh Regresi *Spline* Multivariabel dalam hal hubungannya dengan variabel kenaikan jumlah unit usaha (X_1), kenaikan jumlah tenaga kerja (X_2) dan kenaikan nilai investasi (X_3) sebesar 45 % lebih besar dibandingkan dengan yang dapat dijelaskan oleh model Regresi Linier Multivariabel sebesar 21.6 %.
4. Berdasarkan nilai koefisien determinasi (R^2), nilai MAPE dan nilai MSE maka dapat disimpulkan bahwa untuk analisis hubungan dan pengaruh tiga variabel bebas yaitu variabel kenaikan jumlah unit usaha, kenaikan tenaga kerja dan kenaikan nilai investasi pada UMKM terhadap pertumbuhan PDRB di Jawa Barat secara umum model Regresi *Spline* Multivariabel yang berbasis nonparametrik lebih baik daripada model Regresi Linier Multivariabel yang berbasis parametrik

REKOMENDASI

Berdasarkan hasil penelitian penulis merekomendasikan beberapa hal antara lain

1. Pemodean Regresi *Spline* Multivariabel pada penelitian ini hanya menggunakan satu titik knot untuk setiap variabel bebas (prediktor) dalam bentuk persamaan orde 1, sehingga sangat memungkinkan apabila pemodelan dengan kasus yang sama dapat dikembangkan untuk mendapatkan model yang lebih baik dengan mencoba jumlah titik knot lainnya dan orde persamaan lebih dari 1.
2. Pada penelitian ini pemodelan Regresi Linier Multivariabel dilakukan tanpa melakukan transformasi kenormalan terhadap data variabel yang tidak normal. Untuk itu penelitian dapat dikembangkan dengan melakukan transformasi kenormalan terlebih dahulu sebelum dilakukan pemodelan, kemudian dianalisis sejauh mana pengaruhnya transformasi tersebut terhadap akurasi hasil pemodelan.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada bapak Fadli Azis, S.Mat.,M.Mat, selaku pengelola jurnal Riset Matematika dan Sains Terapan (*JRMST*), yang telah memberikan kesempatan untuk bisa publikasi paper ini di *JRMST*.

REFERENSI

1. Afa, dkk., (2018): Perbandingan Metode Regresi Linier Multivariabel Dan Regresi Spline Multivariabel Dalam Pemodelan Indeks Harga Saham Gabungan. *Media Statistika* 11(2) 2018: 147-158.
2. Afa, dkk., (2018): Pemodelan Indeks Harga Saham Gabungan Menggunakan Regresi Spline Multivariabel. *Jurnal Gaussian*, Volume 7, Nomor 3, Tahun 2018, Halaman 260-269.
3. A. Berry, E. Rodriquez and H. Sandeem, “*Small and medium enterprises dynamics in Indonesia*” (*Bulletin of Indonesian Economic Studies* 37 (3),2001), pp. 363-384.
4. Budiantara, I.N., (2005): “Model Keluarga *Spline Polinomial Truncated* dalam Regresi Semiparametrik”. *Berkala MIPA*. 15(3), September 2005
5. Mubarak, R., Budiantara, I.N., (2012): Analisis Regresi Spline Multivariabel untuk Pemodelan Kematian Penderita Demam Berdarah Dengue (DBD) di Jawa Timur. *Jurnal Sains dan Seni ITS* Vol. 1, No. 1, (Sept. 2012) ISSN: 2301-928X.
6. Sari, (2018): Aplikasi Metode Regresi Nonparametrik Spline Multivariabel Untuk Pemodelan Faktor-Faktor Yang Mempengaruhi Indeks Pembangunan Gender Di Provinsi Jawa Barat. *Jurnal Statistika*, Vol. 6, No. 2, November 2018.
7. Vitaningrum, R., Dwidayati, N. K., Sunarmi. (2018): Analisis Regresi Nonparametrik dengan Fungsi Kernel. *Unnes Journal of Mathematics* Vol.7(2).
8. Budiantara, I. N., (2009): *Spline Dalam Regresi Nonparametrik dan Semiparametrik : Sebuah Pemodelan Statistika Masa Kini dan Masa Datang*, ITS Press, Surabaya.
9. Eubank, R., (1988): *Spline Smoothing and Nonparametric Regression*. Marcel Dekker. New York
10. Putri, T.D.P., (2018): Pemodelan Regresi Nonparametrik Spline Multivariabel. Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Malang.
11. T.M. Yusuf, “Pengaruh Pemberdayaan Unit Usaha, Tenaga Kerja, Dan Nilai Investasi Pada Usaha Mikro Terhadap Pertumbuhan Pdrb Di Provinsi Jawa Barat Periode 2010-2019” (Skripsi, Prodi Ekonomi Pembangunan Universitas Siliwangi,2023).
12. OECD, “*Indonesian Economic & Small Medium Enterprises Outlook 2011*”(OECD Publishing, 2011).
13. R. Zaris, “*Prespektif Daerah dalam Pembangunan Nasional*”(LPFE UI, Jakarta, 1987).